

HÌNH HỌC GIẢI TÍCH

Bài 1. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có diện tích bằng 12, tâm I là giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x - y - 3 = 0$ và $d_2: x + y - 6 = 0$. Trung điểm của một cạnh là giao điểm của d_1 với trục Ox. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D.

Bài 2. Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng (d): $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}$ và mặt phẳng (P): $2x + y - z + 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A, cắt đường thẳng (d) và song song với (P).

Bài 3. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh A thuộc đường thẳng d: $x - 4y - 2 = 0$, cạnh BC song song với d, phương trình đường cao BH: $x + y + 3 = 0$ và trung điểm của cạnh AC là $M(1; 1)$. Tìm tọa độ của các đỉnh A, B, C.

Bài 4. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) chứa đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -2t \end{cases}$ và tạo với mặt phẳng

(Q): $2x - 2y - z + 1 = 0$ góc 60° . Tìm tọa độ giao điểm M của mặt phẳng (P) với trục Oz.

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng (d): $x + 3y + 8 = 0$, (d'): $3x - 4y + 10 = 0$ và điểm $A(-2; 1)$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc (d), đi qua điểm A và tiếp xúc với (d').

Bài 6. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng (d): $\frac{x+2}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$ và điểm $M(4; -3; 2)$. Tìm tọa độ điểm N là hình chiếu vuông góc của điểm M lên (d). Tính khoảng cách từ M đến (d).

Bài 7. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết $A(5; 2)$. Phương trình đường trung trực cạnh BC, đường trung tuyến CC' lần lượt là $x + y - 6 = 0$ và $2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Bài 8. Trong không gian Oxyz, hãy xác định tọa độ tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, biết $A(-1; 0; 1)$, $B(1; 2; -1)$, $C(-1; 2; 3)$.

Bài 9. Trong mặt phẳng Oxy, lập phương trình đường thẳng (d) đi qua gốc tọa độ và cắt đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 15 = 0$ thành một dây cung có độ dài bằng 8.

Bài 10. Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-2; 0; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) và tìm điểm M thuộc mặt phẳng (P): $2x + 2y + z - 3 = 0$ sao cho M cách đều ba điểm A, B, C.

Bài 11. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $P(-7; 8)$ và hai đường thẳng $d_1: 2x + 5y + 3 = 0$; $d_2: 5x - 2y - 7 = 0$ cắt nhau tại A. Viết phương trình đường thẳng d đi qua P tạo với d_1, d_2 thành tam giác cân tại A và có diện tích bằng $29/2$.

Bài 12. Trong không gian Oxyz, cho hình thang cân ABCD với $A(3; -1; -2)$, $B(1; 5; 1)$, $C(2; 3; 3)$, trong đó AB là đáy lớn, CD là đáy nhỏ. Tìm tọa độ điểm D.

Bài 13. Trong mặt phẳng Oxy, lập phương trình đường thẳng qua $M(2; 1)$ và tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 4.

Bài 14. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z - 4 = 0$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z - 3 = 0$. Xét vị trí tương đối của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P). Viết phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua mặt phẳng (P).

Bài 15. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng Δ có phương trình: $x + my - 2m + 3 = 0$. Gọi I là tâm đường tròn (C). Tìm m để Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B sao cho diện tích tam giác IAB lớn nhất.

Bài 16. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(-1; 3; 5)$, $B(-4; 3; 2)$ và $C(0; 2; 1)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 17. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng (d): $2x - y - 4 = 0$. Lập phương trình đường tròn tiếp xúc với các trục tọa độ và có tâm ở trên đường thẳng (d).

Bài 18. Trong không gian Oxyz, cho điểm $I(1; -2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oy.

Bài 19. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn (C): $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 35$ và điểm $A(5; 5)$. Tìm trên (C) hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.

Bài 20. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 1 = 0$ và hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+9}{6}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Xác định tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d_1 sao cho

M có khoảng cách đến đường thẳng d_2 và đến mặt phẳng (P) bằng nhau.

- Bài 21. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh C(4; 3). Biết phương trình đường phân giác trong (AD): $x + 2y - 5 = 0$, đường trung tuyến (AM): $4x + 13y - 10 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh B.
- Bài 22. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y - z - 4 = 0$ và mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$. Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn. Xác định tâm và tính bán kính của đường tròn đó.
- Bài 23. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết các đỉnh A, B, C lần lượt nằm trên các đường thẳng d: $x + y - 5 = 0$, $d_1: x + 1 = 0$, $d_2: y + 2 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, biết $BC^2 = 50$.
- Bài 24. Trong không gian Oxyz, cho điểm M(2; 1; 2) và đường thẳng d: $x - 1 = y = z - 3$. Tìm trên d hai điểm A, B sao cho tam giác ABM đều.
- Bài 25. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng d: $x - y - 1 = 0$ và hai đường tròn $(C_1): (x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 8$, $(C_2): (x + 5)^2 + (y - 4)^2 = 32$. Viết phương trình đường tròn (C) có tâm thuộc d, tiếp xúc ngoài với (C_1) và (C_2) .
- Bài 26. Trong không gian Oxyz cho, đường thẳng d: $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng (P): $x + 3y + 2z + 2 = 0$. Lập phương trình đường thẳng d' đi qua điểm M(2; 2; 4), song song với (P) và cắt d.
- Bài 27. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình thoi ABCD có cạnh bằng 5 đơn vị, biết tọa độ đỉnh A(1; 5), hai đỉnh B, D nằm trên đường thẳng (d): $x - 2y + 4 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D.
- Bài 28. Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+9}{6}$; $\Delta_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+1}{-2}$ và mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 1 = 0$. Xác định tọa độ điểm M thuộc đường thẳng Δ_1 sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ_2 và khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng nhau.
- Bài 29. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh A(1; 3) và hai đường trung tuyến có phương trình là: $x - 2y + 1 = 0$ và $y - 1 = 0$. Viết phương trình các cạnh của ΔABC .
- Bài 30. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(0; 0; -3), B(2; 0; -1) và mặt phẳng (P) có phương trình: $3x - 8y + 7z + 1 = 0$. Viết phương trình chính tắc đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (P) và d vuông góc với AB tại giao điểm của đường thẳng AB với (P).
- Bài 31. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có A(3; -7), B(9; -5), C(-5; 9), M(-2; -7). Viết phương trình đường thẳng d đi qua M và tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp của ΔABC .
- Bài 32. Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng và hai đường thẳng có phương trình (P): $3x + 12y - 3z - 5 = 0$ và (Q): $3x - 4y + 9z + 7 = 0$, $(d_1): \frac{x+5}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+1}{3}$, $(d_2): \frac{x-3}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$. Viết phương trình đường thẳng (Δ) song song với hai mặt phẳng (P), (Q) và cắt (d_1) , (d_2) .
- Bài 33. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm A(1; 0), B(-2; 4), C(-1; 4), D(3; 5). Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng (d): $3x - y - 5 = 0$ sao cho hai tam giác MCD và MAB có diện tích bằng nhau.
- Bài 34. Trong không gian Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua trục tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC); biết A(1; 0; -1), B(2; 3; -1) và C(1; 3; 1).
- Bài 35. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC cân tại A, phương trình cạnh AB: $x + y - 3 = 0$, phương trình cạnh AC: $x - 7y + 5 = 0$ và đường thẳng BC đi qua điểm M(1; 10). Viết phương trình cạnh BC và tính diện tích của ABC.
- Bài 36. Trong không gian Oxyz, cho các điểm A(-1; 3; -2), B(-3; 7; -18) và mặt phẳng (P): $2x - y + z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng AB và vuông góc với mặt phẳng (P).
- Bài 37. Cho hình tam giác ABC có diện tích bằng 2. Biết A(1; 0), B(0; 2) và trung điểm I của AC nằm trên đường thẳng $y = x$. Tìm tọa độ đỉnh C.
- Bài 38. Trong không gian Oxyz, cho các đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$; $d_2: \frac{x-5}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z+5}{-5}$ và mặt phẳng (P): $x - 2y + 2z - 1 = 0$. Tìm điểm M thuộc d_1 , N thuộc d_2 sao cho MN song song với (P) và đường thẳng MN cách (P) một khoảng bằng 2.
- Bài 39. Tam giác cân ABC có đáy BC nằm trên đường thẳng d: $2x - 5y + 1 = 0$, cạnh AB nằm trên đường thẳng d': $12x - y - 23 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AC biết AC đi qua điểm D(3; 1)
- Bài 40. Trong không gian Oxyz, cho điểm A(1; 4; 2), B(-1; 2; 4) và đường thẳng d: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Tìm tọa độ điểm M trên d sao cho: $MA^2 + MB^2 = 28$.

Bài 41. Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng (d): $3x - 4y + 5 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 9 = 0$. Tìm những điểm M thuộc (C) và N thuộc (d) sao cho MN nhỏ nhất.

Bài 42. Trong không gian Oxyz cho hai mặt phẳng $(P_1): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và $(P_2): 2x + y - 2z - 4 = 0$ và đường thẳng (d): $\frac{x+2}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-4}{3}$. Lập phương trình mặt cầu (S) có tâm I thuộc (d) và tiếp xúc với hai

mặt phẳng $(P_1), (P_2)$.

Bài 43. Cho tam giác ABC biết các cạnh AB, BC lần lượt là $4x + 3y - 4 = 0; x - y - 1 = 0$. Phân giác trong của góc A nằm trên đường thẳng d: $x + 2y - 6 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Bài 44. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 5 = 0$, (Q): $x + 2y - 2z - 13 = 0$. Viết phương trình của mặt cầu (S) đi qua gốc tọa độ O, điểm A(5; 2; 1) và tiếp xúc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q).

Bài 45. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC có đỉnh A(1; 2), đường trung tuyến BM: $2x + y + 1 = 0$ và phân giác trong CD: $x + y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC.

Bài 46. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tứ diện ABCD có ba đỉnh A(2; 1; -1), B(3; 0; 1), C(2; -1; 3), còn đỉnh D thuộc trục Oy. Tìm tọa độ đỉnh D để tứ diện có thể tích $V = 5$.

Bài 47. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có diện tích bằng $3/2$, A(2; -3), B(3; -2), trọng tâm của ΔABC nằm trên đường thẳng (d): $3x - y - 8 = 0$. Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C.

Bài 48. Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm A(4; 5; 6); B(0; 0; 1); C(0; 2; 0); D(3; 0; 0). Chứng minh các đường thẳng AB và CD chéo nhau. Viết phương trình đường thẳng (D) vuông góc với mặt phẳng Oxy và cắt các đường thẳng AB, CD.

Bài 49. Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (C): $(x + 6)^2 + (y - 6)^2 = 50$. Viết phương trình đường thẳng d cắt hai trục tọa độ tại A, B tiếp xúc với đường tròn (C) tại M sao cho M là trung điểm của AB.

Bài 50. Trong không gian Oxyz, cho các điểm A(1; 7; -1), B(4; 2; 0) và mặt phẳng (P): $x + 2y - 2z + 1 = 0$. Viết phương trình hình chiếu của đường thẳng AB trên mặt phẳng (P).

Bài 51. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có A(4; 6), phương trình các đường thẳng chứa đường cao và trung tuyến kẻ từ đỉnh C lần lượt là $2x - y + 13 = 0$ và $6x - 13y + 29 = 0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 52. Trong không gian Oxyz cho hình vuông MNPQ có M(5; 3; -1), P(2; 3; -4). Tìm tọa độ đỉnh Q biết rằng đỉnh N nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 6 = 0$.

Bài 53. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm A(-4; 6) và tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích là 6.

Bài 54. Trong không gian Oxyz, cho điểm A(1; 2; 3) và hai đường thẳng $(d_1): \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và $(d_2):$

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$$

a. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng điểm A qua đường thẳng (d_1) .

b. Chứng tỏ (d_1) và (d_2) chéo nhau. Viết phương trình đường vuông góc chung của (d_1) và (d_2) .

Bài 55. Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC biết A(5; 2). Phương trình đường trung trực của cạnh BC, đường trung tuyến CC' lần lượt là $x + y - 6 = 0$ và $2x - y + 3 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Bài 56. Trong không gian Oxyz, hãy xác định tọa độ tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, biết A(-1; 0; 1), B(1; 2; -1), C(-1; 2; 3).

Bài 57. Cho điểm A(-1; 0), B(1; 2) và đường thẳng (d): $x - y - 1 = 0$. Lập phương trình đường tròn đi qua 2 điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng (d).

Bài 58. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3) và mặt phẳng (P): $x - 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

Bài 59. Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có tâm I(1/2; 0). Đường thẳng AB có phương trình $x - 2y + 2 = 0$, $AB = 2AD$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D. Biết A có hoành độ âm.

Bài 60. Trong không gian Oxyz, cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có A(0; 0; 0), B(3; 0; 0), D(0; 2; 0), A'(0; 0; 1). Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm C và tiếp xúc với AB'.