

**I. ĐƠN ĐIỆU- CỰC TRỊ**

1/. Tìm khoảng đơn điệu và điểm cực trị của hàm số:

- a)  $y = x^3(1-x)^2$       b)  $y = 2x^3 + 3x^2 - 36x - 10$   
 c)  $y = -x^4 + x^2 - 2$       d)  $y = x^4 + 2x^2 - 3$   
 e)  $y = 3x^4 - 4x^3 - 24x^2 + 48x - 3$       f)  $y = x\sqrt{3-x}$

2/. Tìm cực trị của các hàm số sau

- a)  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 2$       b)  $y = -x^3 + 2x^2 - 3x$

3/. Biện luận theo m số cực trị của hàm số

$$y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$$

4/. Tìm m để hàm số  $y = -x^4 + 2mx^2 - 2m + 1$  có cực đại và cực tiểu

5/. Tìm a và b để hàm số  $y = f(x) = \frac{x^4}{2} - ax^2 + b$  . đạt cực trị bằng -2 khi x = 1.

6/. Tìm m để  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m$  đạt cực tiểu tại x = 2

7/. Tìm m để  $y = x^3 - 3mx^2 + (m - 1)x + 2$  đạt cực tiểu tại x = 2

8/. Tìm m để  $y = mx^3 + 3mx^2 - (m - 1)x - 1$  không có cực trị

9/. Cho hs  $y = 2x^3 - 3(3m+1)x^2 + 12(m^2 + m)x + 1$

Tìm m để hàm số có CĐ,CT .Viết phương trình đường thẳng đi qua CĐ,CT

10/. Cho hàm số

$$y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 2(m^2 + 7m + 2)x - 2m(m+2)$$

Tìm m để hàm số có CĐ,CT .Viết phương trình đường thẳng đi qua CĐ,CT

**II. GTLN, GTNN**

11/. Tìm GTLN, GTNN của hàm số:

- a)  $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{5}{3}x^3 + 4x + 2$  trên đoạn  $[\frac{-3}{2}; 3]$   
 b)  $f(x) = -3x^4 - 8x^3 + 30x^2 + 72x - 20$  trên  $[-2; 3]$

12/. Tìm GTLN, GTNN của hàm số:

- a)  $y = x + \sqrt{1-x^2}$       b)  $x\sqrt{1-x^2}$       c)  $y = \sqrt{4-x^2}$   
 d)  $f(x) = \frac{2x^2 + 5x + 4}{x+2}$  trên đoạn  $[0;1]$   
 e)  $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x+2}$  trên đoạn  $[-1;2]$

13/. Tìm GTLN, GTNN của hàm số:

- a)  $f(x) = x + \sqrt{2}\cos x$  , trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$   
 b)  $f(x) = 2\sin x - \frac{4}{3}\sin^3 x$  trên đoạn  $[0; \pi]$

c)  $y = \sqrt{2}\cos 2x + 4\sin x$  trên đoạn  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

14/. Chứng minh rằng với mọi  $x \in R$ , ta có

$$\frac{2}{3} \leq \frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 1} \leq 2$$

15/. Tính các cạnh của hcn có chu vi nhỏ nhất trong tất cả các hcn có diện tích 48 m<sup>2</sup>.

16/. Tìm m để hàm số:  $y = \frac{mx+1}{x-m}$  đạt GTLN bằng 2014 trên đoạn  $[2; 4]$

17/. Tìm m để hàm số:  $y = \frac{x+m}{mx-2}$  đạt GTNN bằng 2015 trên đoạn  $[1; 5]$

**III. TIỆM CẬN**

18/. Tìm các đường tiệm cận đứng và ngang của các đồ thị hàm số sau:

- a)  $y = \frac{3x+1}{-x+1}$       b)  $y = \frac{-3}{x^2-2}$   
 c)  $y = \frac{x^2+2x+3}{x^2-4}$       d)  $y = \frac{x^2+2x-3}{x^2+x-6}$   
 e)  $y = \frac{x^2+2x-3}{x^2-1}$       f)  $y = \frac{x+3}{2x^2-x-3}$

**A. HÀM SỐ BẬC BA**

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 - 4$  (C)

a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số .

b. Dựa vào đồ thị (C) , biện luận theo m số

nghiệm của phương  $x^3 - 3x^2 + m = 0$ .

c. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ là  $\frac{1}{2}$ .

d. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết hệ số góc của tiếp tuyến  $k = -9$ .

e. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) , biết tiếp tuyến song song với đường thẳng (d) :  $y = 3x + 2$ .

**Bài 2.** Cho hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 - 1$  (C)

a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số .

b. Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng

(d<sub>1</sub>) :  $y = \frac{2}{3}x + 2010$

c. Viết phương trình đường thẳng đi qua

M(2;3) và tiếp xúc với đồ thị (C).

d. Tìm m để đường thẳng (d<sub>2</sub>) :  $y = mx - 1$  cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt .

e. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị (C).

**Bài 3.** Cho hàm số  $y = (2 - x)(x + 1)^2$  (C)

- a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- b. Tìm m để đồ thị (C')  $y = (2 - x)(m - 2)$  cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt.

c. Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $d: 3x + 8y + 2 = 0$

d. Tìm m để đường thẳng  $(d_1): y = m(x + 1)$  cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt.

**Bài 4.** Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + 1$  (C)

- a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- b. Dựa vào đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm thực của phương trình:

$$x^3 - 6x^2 + 9x + 3 - m = 0$$

c. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hệ số góc tiếp tuyến nhỏ nhất.

d. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $M\left(4; \frac{7}{3}\right)$  và tiếp xúc đồ thị (C).

**Bài 5.** Cho  $(C_m) y = (m + 2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$

- 1) Khảo sát khi  $m = 0$
- 2) Tìm m để hàm số có CĐ, CT

**Bài 6.** Cho (C)  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)
- 2) Tìm m để (d) :  $y = m \cdot x$  cắt (C) tại 3 điểm phân biệt O, A, B

**Bài 7.** Cho (C)  $y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)
- 2) Tìm k để :  $-\frac{1}{3}x^3 + 4x + \frac{4(k^2 - 1)}{3(2 - k)} = 0$  có 3 nghiệm phân biệt

**Bài 8.** Cho (C)  $y = x^3 + mx^2 + 9x + 4$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) khi  $m = 6$
- 2) Tìm m để (C) có một cặp điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

**Bài 9.** Cho (C)  $y = x^3 - 12x + 12$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)
- 2) Tìm các điểm M thuộc đường thẳng  $y = -4$  kẻ được 3 tiếp tuyến đến (C)

**Bài 10.** Cho  $(C_m): y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) với  $m = 0$
- 2) Tìm m để  $(C_m)$  cắt Ox tại 3 điểm phân biệt

**Bài 11.**  $(C_m): y = x^3 + 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + m^3 - 3m$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị khi  $m = 0$

2) CMR : hàm số  $(C_m)$  luôn có CĐ, CT

**Bài 12.** Cho (C)  $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)
- 2) Từ M bất kỳ thuộc đường thẳng  $x = 2$  kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến (C)

**Bài 13.** Cho  $(C_m)$

$$y = x^3 - mx^2 - (2m^2 - 7m + 7)x + 2(m - 1)(2m - 3)$$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị khi  $m = -1$
- 2) Tìm m để hàm số đồng biến trên  $[2; +\infty)$
- 3) Tìm m để đồ thị tiếp xúc với trục hoành

**Bài 14.** Cho (C)  $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 3$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)
- 2) CMR trong số các tiếp tuyến của (C) thì tiếp tuyến tại điểm uốn có hệ số góc nhỏ nhất

**Bài 15.** Cho  $(C_m) y = x^3 - (2m + 1)x^2 - 9x$

- 1) Khảo sát khi  $m = 1$
- 2) Tìm m để  $(C_m)$  cắt Ox tại 3 điểm phân biệt lập thành CSC

## B. HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = -x^4 + 2x^2 - 1$  (C)

- a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- b. Biện luận theo m số nghiệm thực của phương trình

$$x^4 - 2x^2 = m.$$

c. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ  $x = 2$ .

d. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ  $y = -9$ .

e. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết hệ số góc của tiếp tuyến bằng 24

**Bài 2.** Cho hàm số  $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$  (C)

- a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- b. Tìm m để phương trình  $-x^4 + 8x^2 = m$  có 4 nghiệm thực phân biệt.

c. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $(d_1): y = 15x + 2$ .

d. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đt  $(d_2): y = -\frac{8}{45}x + 10$ .

**Bài 3.** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 1$  (C)

- a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- b. Tìm m để phương trình  $x^4 - 8x^2 + 4 = m$  có 2 nghiệm thực phân biệt.

c. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ  $x = 1$ .

d. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng

(d):  $8x - 231y + 1 = 0$ .

**Bài 4.** Cho hàm số  $y = mx^4 + (m^2 - 9)x^2 + 10$  (1)

a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi  $m = 1$ .

b. Tìm k để phương trình  $x^4 - 8x^2 + 10k = 0$  có hai nghiệm thực phân biệt.

c. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng

(d):  $2x + 45y - 1 = 0$ .

d. Tìm m để hàm số có một điểm cực trị.

e. Tìm m để hàm số có ba điểm cực trị.

**Bài 5.**  $(C_m) y = f(x) = mx^4 + (m-1)x^2 + (1-2m)$

1) Tìm m để hàm số có 1 điểm cực trị

2) Khảo sát và vẽ đồ thị khi  $m = \frac{1}{2}$

3) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị ở câu (2) biết tiếp tuyến đi qua  $O(0;0)$

**Bài 6.** Cho  $(C_m) y = f(x) = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$

1) Khảo sát và vẽ đồ thị khi  $m = 1$

2) Tìm m để hàm số có các CĐ, CT lập thành tam giác đều

**Bài 7.** Cho (C)  $y = (x+1)^2(x-1)^2$

1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)

2) Biện luận số nghiệm phương trình  $x^4 - 2x^2 - 2b + 2 = 0$

3) Tìm a để (P):  $y = ax^2 - 3$  tiếp xúc với (C) Viết phương trình tiếp tuyến chung tại tiếp điểm.

**Bài 8.** Cho  $(C_m) y = f(x) = (1-m)x^4 - mx^2 + 2m - 1$

1) Tìm m để  $(C_m)$  cắt Ox tại 4 điểm phân biệt

2) Tìm m để hàm số có cực trị

3) Khảo sát và vẽ đồ thị với  $m = 2$

**Bài 9.** Cho (C):  $y = f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 - \frac{9}{4}$

1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)

2) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại giao điểm của nó với Ox

**Bài 10.** Cho (C):  $y = f(x) = 3 + 2x^2 - x^4$

1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)

2) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình  $x^4 - 2x^2 = m^4 - 2m^2$

**Bài 11.** Cho  $(C_m) y = \frac{1}{2}x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$

1) Khảo sát và vẽ đồ thị  $m = 3$

2) Viết phương trình tiếp tuyến đi qua  $A\left(0; \frac{3}{2}\right)$

đến (C) (ở câu 1)

Tìm m để hàm số có CT mà không có CĐ

**Bài 12.** Cho  $(C_m) y = x^4 - (m^2 + 10)x^2 + 9$

1) Khảo sát và vẽ đồ thị  $m = 0$

2) CMR với mọi  $m \neq 0$   $(C_m)$  cắt Ox tại 4 điểm phân biệt

**Bài 13.** Cho  $(C_m) y = x^4 - mx^2 + m - 1$

1) Khảo sát và vẽ đồ thị khi  $m = 2$

2) Tìm m để  $(C_m)$  cắt Ox tại 4 điểm phân biệt

lập thành CSC

**Bài 14.** Cho  $(C_m) y = x^4 + 2mx^2 - 2m - 1$

1) Khảo sát và vẽ đồ thị khi  $m = 1$

2) Tìm m để  $(C_m)$  cắt Ox tại 4 điểm phân biệt

lập thành CSC.

**Bài 15.** Cho hàm số  $y = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^2 - 1$  (C)

a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b. Tìm m để phương trình  $x^4 - 8x^2 + 4 = m$  có 2 nghiệm thực phân biệt.

c. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ  $x = 1$ .

d. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng

(d):  $8x - 231y + 1 = 0$ .

e. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm  $M(0; -1)$  và tiếp xúc với đồ thị (C).

### C. HÀM SỐ BẬC 1/BẬC 1

**Bài 1.** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{x-1}$  (C)

a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm

có tung độ  $y = \frac{1}{2}$ .

c. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng  $(d_1): y = -\frac{9}{2}x + 3$ .

d. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $(d_2): y = \frac{1}{8}x - 1$ .

e. Tìm m để đường thẳng  $(d_3): y = mx + 2m$  cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ âm.

**Bài 2.** Cho hàm số  $y = \frac{3x+1}{1-x}$  (C)

- a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số .
- b. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tiếp tuyến song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất .

c. Tìm m để đường thẳng

$(d_1): y = mx - 2m - 7$  cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B phân biệt . Tìm tập hợp trung điểm I của đoạn thẳng AB .

d. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $(d_2): x + y - 2 = 0$  .

e. Tìm những điểm trên đồ thị (C) có tọa độ với hoành độ và tung độ đều là số nguyên .

**Bài 3.** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{2-x}$  (C)

- a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số .
- b. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tt vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ hai .

c. Viết phương trình đường thẳng qua điểm  $M(3;4)$  và tiếp xúc với đồ thị (C) .

d. Tìm những điểm trên đồ thị (C) có tọa độ với hoành độ và tung độ đều là số nguyên .

**Bài 4.** Cho hàm số  $y = \frac{3-x}{2x-1}$  (C)

- a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số .
- b. Viết pt tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tiếp tuyến song song với đường phân giác của góc phần tư thứ hai .

c. Viết phương trình đường thẳng qua điểm  $M\left(-3; -\frac{6}{7}\right)$  và tiếp xúc với đồ thị (C) .

d. Tìm những điểm trên đồ thị (C) có tọa độ với hoành độ và tung độ đều là số nguyên .

**Bài 5.** Cho hàm số  $y = \frac{x+4}{x+1}$  (C)

- a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số .
- b. Viết pt tiếp tuyến của đồ thị (C) tại giao điểm của đồ thị hàm số với Oy

c. Tìm những điểm trên đồ thị (C) có tọa độ với hoành độ và tung độ đều là số nguyên.

d. Viết pt tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ  $x_0$  , với  $y''(x_0) = -6$  .

**Bài 6.** Cho (C):  $y = \frac{2x+1}{x+2}$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)
- 2) CMR đường thẳng  $y = -x+m$  luôn cắt (C) tại 2 điểm A, B phân biệt . Tìm m để độ dài đoạn AB nhỏ nhất

**Bài 7.** Cho (C):  $y = \frac{3x+2}{x+2}$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)
- 2) Viết phương trình tiếp tuyến có hệ số góc bằng 4 . Tìm tọa độ tiếp điểm

**Bài 8.** Cho (C):  $y = \frac{x+1}{x-1}$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)
- 2) Tìm trên Oy các điểm kẻ được đúng 1 tiếp tuyến đến (C)

**Bài 9.** Cho (C):  $y = \frac{x+2}{x-2}$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)
- 2) Tìm M thuộc (C) cách đều 2 trục tọa độ Ox, Oy
- 3) Viết phương trình tiếp tuyến đi qua  $A(-6; 5)$  đến (C)

**Bài 10.** Cho (C):  $y = \frac{x+1}{x-1}$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C)
- 2) Viết pt tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tiếp tuyến có hệ số góc bằng -2.
- 3) CMR (d) :  $2x - y + m = 0$  luôn cắt (C) tại A, B phân biệt trên 2 nhánh
- 4) Tìm m để độ dài đoạn AB nhỏ nhất

**Bài 11.** Cho hàm số  $(C_m) \quad y = \frac{-mx+1}{x-m}$

- 1) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) với  $m=2$
- 2) Tìm m để hàm số luôn đồng biến hoặc hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định

**Bài 12.** Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  (C)

- a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số .
- b. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) và trục hoành .
- c. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) và trục tung .
- d. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng  $(d_1): y = -\frac{8}{9}x + \frac{1}{3}$  .

e. Tìm m để đường thẳng  $(d_2): y = mx - 2m$  cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ dương .

**Bài 13.** Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{2-x}$  (C)

- a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số .
- b. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết tt vuông góc với đường phân giác của góc phần tư thứ hai .

c. Viết phương trình đường thẳng qua điểm  $M(3;4)$  và tiếp xúc với đồ thị (C) .

d. Tìm những điểm trên đồ thị (C) có tọa độ với hoành độ và tung độ đều là số nguyên

**Bài 14.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  (C)

a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số .

b. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm

có hoành độ  $x = \frac{1}{2}$  .

c. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm

có tung độ  $y = -\frac{1}{2}$  .

d. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , biết hệ số góc của tiếp tuyến  $k = -3$ .

e. Tìm m để đường thẳng (d) :  $y = mx + \frac{5}{3} - 2m$

cắt (C) tại 2 điểm phân biệt .

**CHÚC CÁC EM THÀNH CÔNG**