

BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN KHẢO SÁT HÀM SỐ

1/ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x-2}$. Biết tiếp tuyến cắt Ox , Oy lần lượt tại A, B mà tam giác OAB thỏa mãn $AB = OA\sqrt{2}$.

2/ Tìm các giá trị của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + (m^2 - 3)x$ có cực đại x_1 , cực tiểu x_2 đồng thời $x_1; x_2$ là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông có độ dài cạnh huyền bằng $\sqrt{\frac{5}{2}}$

3/ Tìm tất cả các giá trị m sao cho trên đồ thị (C_m) :

$y = \frac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 + (4-3m)x + 1$ tồn tại đúng 2 điểm có hoành độ dương mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng $(L) : x + 2y - 3 = 0$.

4/ Viết phương trình đường thẳng d cắt đồ thị $(C) : y = x^3 - 3x + 2$ tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho $x_A = 2$ và $BC = 2\sqrt{2}$.

5/ Cho hàm số $y = 4x^3 - 6mx^2 + 1$, m là tham số. Tìm m để đường thẳng d :

$y = -x + 1$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm $A(0;1), B, C$ và B, C đối xứng qua đường phân giác thứ nhất.

6/ Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2m^2 - 4$, m là tham số thực. Xác định m để hàm số đã cho có 3 cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

7/ Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị biết tiếp tuyến cắt 2 đường tiệm cận tại A, B sao cho bán kính vòng tròn nội tiếp tam giác IAB lớn nhất

8/ Cho hàm số $y = \frac{2mx+3}{x-m}$. Gọi I là giao điểm 2 tiệm cận. Tìm m để tiếp tuyến bất kỳ của hàm số cắt hai tiệm cận tại A, B sao cho diện tích tam giác IAB bằng 64.

9/ Tìm m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và trục hoành có phần trên bằng phần dưới.

10/ Cho hàm số $y = x^4 - 2(1 - m^2)x^2 + m + 1$. Tìm m để hàm số đã cho có ba điểm cực trị và ba điểm cực trị này tạo thành một tam giác có diện tích lớn nhất.

11/ Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{x-3}$. có đồ thị là (H) . Tìm trên (H) điểm M để tiếp tuyến tại M có hệ số góc lớn hơn 1 tạo với đường thẳng $\Delta : 3x + 4y - 1 = 0$ một góc có giá trị bằng $\frac{2\sqrt{5}}{25}$.

12/ Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x-2}$ có đồ thị (H) . Tìm m để đường thẳng $d : y = -x + m + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho góc $A\hat{O}B$ nhọn.

13/ Cho hàm số $y = \frac{x}{x-1}$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (H) của hàm số đã cho biết tiếp tuyến tạo với hai đường tiệm cận một tam giác có chu vi bằng $2(2 + \sqrt{2})$.

14/ Cho hàm số: $y = \frac{2x-m}{mx+1}$ (1). Chứng minh với mọi $m \neq 0$ đồ thị hàm số (1) cắt

$(d) : y = 2x - 2m$ tại 2 điểm phân biệt A, B thuộc một đường (H) cố định. Đường thẳng (d) cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm M, N . Tìm m để $S_{OAB} = 3S_{OMN}$.

15/ Tìm trên $(H) : y = \frac{-x+1}{x-2}$ các điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB bằng 4 và đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng $y = x$.

16/ Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2 + m - 1$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt có hoành độ lớn hơn -2

17/ Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x+2}$ có đồ thị là (H) . Tìm m để đường thẳng $d : y = 2x + 3m$ cắt (H) tại hai điểm phân biệt sao cho $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = -4$ với O là gốc tọa độ.

18/ Tìm tọa độ hai điểm B, C thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị $y = \frac{3x-1}{x-1}$ sao cho tam giác ABC vuông cân tại $A(2;1)$.

19/ Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + m$ (1). Tìm m để hàm số (1) có 2 điểm cực trị A, B sao cho góc $\angle AOB = 120^\circ$.

20/ Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Tìm m để đường thẳng $d : y = x + m$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.

21/ Cho hàm số $y = \frac{3x-2}{x+1}$ (C) . Gọi I là giao của 2 đường tiệm cận của đồ thị.

Viết phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số biết d cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B thỏa mãn $\cos BAI = \frac{5}{\sqrt{26}}$.

22/ Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + 2$ có đồ thị (Cm) . Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (Cm) có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có đường tròn ngoại tiếp đi qua điểm $D(3/5; 9/5)$.

23/ Cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - 3x^2 + \frac{5}{2}$ có đồ thị (C) và điểm $A \in (C)$ với $x_A = a$.

Tìm các giá trị thực của a biết tiếp tuyến của (C) tại A cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân biệt B, C khác A sao cho $AC = 3AB$ (B nằm giữa A và C).

24/ Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - (3m+1)x^2 + 2(m+1)$. (m là tham số). Tìm m để hàm số có 3 điểm cực trị tạo thành một tam giác có trọng tâm là gốc tọa độ O .

25/ Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 + (3m-4)x + 1$ có đồ thị là (Cm) . Tìm tất cả các giá trị của m sao cho trên (Cm) có điểm mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng $(d) : y = x + 2011$.

26/ Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - (m^2 - 1)$ (1).

Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt có hoành độ dương.

27/ Tìm m để diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị: $y = x^3 - 3x^2 + 3mx + 3m + 4$ và trục hoành có phần nằm phía trên trục hoành bằng phần nằm phía dưới trục hoành.

28/ Tìm trên đồ thị hàm số $y = \frac{-x-1}{x+2}$ các điểm A, B sao cho tiếp tuyến của đồ thị

hàm số tại điểm A song song với tiếp tuyến tại điểm B và $AB = \sqrt{8}$.

29/ Gọi D là đường thẳng đi qua $A (1; 0)$ và có hệ số góc k . Tìm k để D cắt đồ thị $y = \frac{x+2}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt M, N thuộc 2 nhánh khác nhau của đồ thị và $AM = 2AN$.

30/ Tìm m để đường thẳng qua cực đại cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn tâm $I(1;1)$ bán kính bằng 1 tại A, B mà diện tích tam giác IAB lớn nhất.

31/ Cho hàm số $y = \frac{x+3}{2(x+1)}$ có đồ thị là (H) .Viết phương trình tiếp tuyến tại M trên (H) sao cho tiếp tuyến tại M cắt trục tọa độ Ox, Oy tại hai điểm A, B đồng thời đường trung trực của AB đi qua gốc tọa độ O .

32/ Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+1)x^2 + mx$. (m là tham số) .Tìm m để hàm số có cực đại và cực tiểu đối xứng qua đường thẳng $d : 72x - 12y - 35 = 0$.

33/ Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ có đồ thị là (C) .Chứng minh rằng khi m thay đổi thì đường thẳng $d : y = m(x+ 1)$ luôn cắt đồ thị (C) tại một điểm A cố định và tìm m để đường thẳng d cắt (C) tại ba điểm phân biệt A, B, C đồng thời B, C cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

34/ Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số: $y = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2}(m+3)x^2 - 2(m+1)x + 1$ có hai điểm cực trị với hoành độ lớn hơn 1.

35/ Tìm hai điểm A, B thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ sao cho các tiếp tuyến tại A, B có cùng hệ số góc và đường thẳng đi qua A, B vuông góc với đường thẳng $x + y + 2011 = 0$

36/ Giả sử đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3$. Chứng minh rằng: $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

37/ Chứng minh rằng với mọi m phương trình $x^3 + 3(m+1)x^2 + 3(m^2+1)x + m^3 + 1 = 0$ luôn có nghiệm duy nhất.

38/ Gọi d là đường thẳng qua $M(2;0)$ và có hệ số góc k .
 Tìm k để d cắt đồ thị $(C) : y = |x|^3 - 3|x| - 2$ tại 4 điểm phân biệt.

39/ Tìm m để điểm $A(3;5)$ nằm trên đường thẳng nối 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m+6)x + 1$.

40/ Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = (x-1)(x^3 + x^2 + 1)$ biết tiếp tuyến tiếp xúc với đồ thị tại 2 điểm phân biệt.

41/ Cho hàm số $y = x^3 - 2(m+2)x^2 + 7(m+1)x - 3m - 12$ (1) (m là tham số). Tìm m để đồ thị hàm số (1) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1; x_2; x_3$ thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 3x_1x_2x_3 > 53$.

42/ Với mỗi tham số $m \in \mathbb{R}$, gọi (Cm) là đồ thị của hàm số: $y = x^3 - (3m-1)x^2 + 2m(m-1)x + m^2$ (1). CMR: khi m thay đổi, đường thẳng $(\Delta m): y = mx - m^2$ luôn cắt (Cm) tại một điểm A có hoành độ không đổi. Tìm m để (Δm) còn cắt (Cm) tại hai điểm nữa khác A và tiếp tuyến của (Cm) tại hai điểm đó song song với nhau.

43/ Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m-2)x + 3m$ (m là tham số). Tìm m để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(1; -55/27)$.

44/ Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là (H) . Tìm điểm M thuộc (H) sao cho tiếp tuyến tại M cắt 2 đường tiệm cận của (H) tại 2 điểm A, B sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có bán kính nhỏ nhất với I là giao điểm của hai đường tiệm cận.

45/ Cho hàm: $y = x^4 + 4mx^3 + 3(m+1)x^2 + 1$. Tìm m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại.

46/ Tìm các giá trị của m để đường thẳng: $d: 2mx - 2y + m + 1 = 0$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x+1}$ tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho biểu thức: $P = OA^2 + OB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

47/ Cho hàm: $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$. Tìm trên trục tung các điểm mà qua nó chỉ có 1 đường tiếp tuyến đến đồ thị hàm số trên.

48/ Cho hàm số $y = \frac{mx - 4m + 3}{x - m}$ (Cm).

1) Tìm điểm cố định của họ (Cm)

2) Từ các điểm cố định của họ đồ thị viết các đường thẳng đi qua chúng với hệ số góc $k = \frac{3}{2}$ tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng vừa lập và trục Ox .

49/ Cho hàm số $y = x^3 - 3(2m^2 - 1)x^2 + 3(m^2 - 1)x + 1 - m^3$ (m là tham số) có đồ thị là (C_m) . Tìm m để đồ thị (C_m) có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

50/ Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 1$ (1). Tìm tất cả các điểm M thuộc trục tung sao cho từ đó có thể kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị hàm số (1).