

## MỘT SỐ BÀI TẬP CHƯƠNG 4 – GIỚI HẠN

### A. GIỚI HẠN DAỖY SỐ

**Bài tập 1:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{n+2}$$

$$2/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2+1}{n^2+4}$$

$$3/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n-1}{3n+2}$$

$$4/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+2\sqrt{n}+3}{2n^2+n-\sqrt{n}}$$

$$5/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n\sqrt{n}+3}{n^2+n+1}$$

$$6/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)(2n-1)}{(3n+2)(n+3)}$$

$$7/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+2n}{3n^2+n+1}$$

$$8/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3}{n^4+3n^2+1}$$

$$9/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n\sqrt{n})(3+\sqrt{n})}{(n+1)(n+2)}$$

**Bài tập 2:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2-1}{n^2+1}$$

$$2/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+5}{n^2-n+2}$$

$$3/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3-2n}{3n^2+n-2}$$

$$4/ \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{n^2-n^3} + n \right)$$

$$5/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+n+1}{3n^3-2}$$

$$6/ \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt[3]{n^3-2n^2-n} \right)$$

**Bài tập 3:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2+1}{2n^2-3n}$$

$$2/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2(n+2)^3}{n(n-1)^4}$$

$$3/ \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2+1} \right)$$

$$4/ \lim_{n \rightarrow \infty} \left( n + \sqrt[3]{3n^2-n^3} \right)$$

$$5/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3-11n+1}{n^2-2}$$

$$6/ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+2} - \sqrt{n^2+4}}$$

### B. GIỚI HẠN HÀM SỐ

**Bài tập 1:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{x \rightarrow 2} (2x+3)$$

$$2/ \lim_{x \rightarrow -2} (2x^3-3x+4)$$

$$3/ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2+4x+1}{x^2-x+1}$$

$$4/ \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{1-x}+2x}{x+1}$$

$$5/ \lim_{x \rightarrow -1} (\sqrt{x+2} + \sqrt[3]{x})$$

$$6/ \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-25}{x+2}$$

**Đãing**  $\frac{0}{0}$

**Bài tập 2:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$$

$$2/ \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-16}{x^2+x-20}$$

$$3/ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{x-3}$$

$$4/ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1}$$

$$5/ \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4-x^2}{x^3+8}$$

$$6/ \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+3}{x^2-9}$$

**Bài tập 3:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{2x}$$

$$2/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{9+x}-3}$$

$$3/ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7}-3}{2-\sqrt{x+3}}$$

$$4/ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{3x-2}}{x^2-4}$$

$$5/ \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{x+2}}{3x+3}$$

$$6/ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x+7}+x-4}{x^3-4x+3}$$

$$7/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x}-1}{2x}$$

$$8/ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{4x}-2}{x-2}$$

$$9/ \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt[3]{x+3}}{x^2-25}$$

**Bài tập 4:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$2/ \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - x^2 + 2x + 4}{x^2 - 3x - 4}$$

$$3/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x^2+x+1}}{x}$$

$$4/ \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{x^2 - 2}{x^2 - x + \sqrt{2} - 2}$$

$$5/ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 2\sqrt{x} - 3}{x - 5\sqrt{x} + 4}$$

$$6/ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x - 2 - \sqrt{4x^2 - x - 2}}{x^2 - 3x + 2}$$

$$7/ \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^4 - 6x^2 - 27}{x^3 + 3x^2 + x + 3}$$

$$8/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-x^2} - 1}{\sqrt[3]{2+x} - \sqrt[3]{3x+2}}$$

$$9/ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x+2}}{\sqrt{4x+1} - 3}$$

**Bài tập 5:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1-x}}{x}$$

$$6/ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x^2+3} - 2}$$

$$2/ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$$

$$7/ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{1-x+x^2}}{x^2 - 1}$$

$$3/ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+1)(x^2-1)}{x^3+x^2+x}$$

$$8/ \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

$$4/ \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + x + 6}$$

$$9/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt[3]{1-x}}{3x}$$

$$5/ \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{5+x}}{1 - \sqrt{5-x}}$$

$$10/ \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt{x^2+3} - 2}$$

- **Tính các giới hạn bằng cách thêm, bớt lượng liên hiệp.**

**Bài tập 6:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{8x+11} - \sqrt{x+7}}{x^2 - 3x + 2}$$

$$4/ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x-9} + \sqrt{x+3}}{x-1}$$

$$2/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$5/ \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + \sqrt{x+6}}{x^2 + x - 2}$$

$$3/ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3}$$

$$6/ \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{2+x} - \sqrt{2x-1}}{x^2 - x - 2}$$

**Đãing**  $\frac{\infty}{\infty}$

**Bài tập 7:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$$

$$2/ \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^3+x+1}{x^2-2}$$

$$3/ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5+2x^2+1}{x^3+1}$$

$$4/ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x+1}{3x^2-x+5}$$

$$5/ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-2)(2x+1)(1-4x)}{(3x+4)^3}$$

$$6/ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+3x-8}{x^4-6x+1}$$

$$7/ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3+3x-7}{x^2-3x+5}$$

$$8/ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+3}}{\sqrt[3]{x^3-x+1}}$$

$$9/ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{3x-1}$$

$$10/ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3}{x^3-2x+1}$$

**ĐS**      $1/ -\frac{1}{2}; 2/ \infty; 3/ +\infty; 4/ \frac{2}{3}; 5/ -\frac{8}{27}$       $6/ 0; 7/ \infty; 8/ \pm 1; 9/ \pm \frac{2}{3}; 10/ 0$

**Bài tập 8:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+2x+3}+1+4x}{\sqrt{4x^2+1}+2-x}$$

$$2/ \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2+x+1}-\sqrt{4x^2+2x+1}}{x-1}$$

**ĐS**  $1/ \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} 2/ \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$

**Đang**  $\infty - \infty$

**Bài tập 9:** Tính các giới hạn:

$$1/ \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3+x^2}-x)$$

$$5/ \lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt[3]{3x^2-x^3})$$

$$1/ \frac{1}{3}$$

$$2/ \lim_{x \rightarrow \infty} (2x-1-\sqrt{4x^2-4x-3})$$

$$6/ \lim_{x \rightarrow +\infty} (x-\sqrt{x^2+1})$$

$$2/ \begin{bmatrix} -\infty \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$3/ \lim_{x \leftarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x}-x)$$

$$7/ \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2-x+1}-\sqrt{x^2+x+1})$$

**ĐS**

$$7/ 1$$

$$4/ \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

$$8/ \lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-5x+6} \right)$$

$$3/ \frac{1}{2}$$

$$4/ -1$$

**Đang** : Tìm giới hạn của các hàm số lồing giầu:

**Cho biết** :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

**Bài tập 10:** Tính giới hạn của các hàm số lồing giầu sau:

$$1/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$$

$$5/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$$

$$9/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 3x}{1-\cos 5x}$$

$$2/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x+1}-1}$$

$$6/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2}$$

$$10/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2}-\sqrt{1+\cos x}}{\operatorname{tg}^2 x}$$

$$3/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 2x}{x \sin x}$$

$$7/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{2x}$$

$$11/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin^2 x}-\cos x}{\sin^2 x}$$

$$4/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{2x^2}$$

$$8/ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 6x}{x^2}$$

$$12/ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)}{1-2\cos x}$$

	$1/\frac{5}{2}$	$2/4$	$3/2$	$4/4$
<b>ÑS:</b>	$5/\frac{1}{2}$	$6/\frac{1}{9}$	$7/\frac{3}{2}$	$8/18$
	$9/\frac{9}{25}$	$10/\frac{\sqrt{2}}{8}$	$11/1$	$12/\frac{1}{\sqrt{3}}$

**Đaïng 1: Tìm caùc ñieãm giàu ñoain cuõa caùc haøm soá:**

**Baøi taäp:** Tìm caùc ñieãm giàu ñoain cuõa caùc haøm soá sau:

$a/ y = x^3 - 5x^2 + 4x - 3.$

$c/ y = tgx + \cos 5x.$

$b/ y = \frac{2x^2 - 5x + 4}{x^2 - 3x + 2}.$

$d/ y = \frac{\cot gx + \sin 2x}{tg 2x}.$

**Đaïng 2: Xeùt tính lieãn tuïc cuõa haøm soá:**

**Baøi taäp 1:** Cho haøm soá:

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} & (x < 1) \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & (x \geq 1) \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} ax + 2 & (x \geq 1) \\ \frac{x^3 - 1}{x - 1} & (x < 1) \end{cases}$$

Ñònha ñeã haøm soá  $f(x)$  lieãn tuïc taïi  $x_0 = 1.$   
**Baøi taäp 6:** Cho haøm soá:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x = 2) \\ \frac{1 - \sqrt{2x - 3}}{2 - x} & (x \neq 2) \end{cases}$$

Xeùt tính lieãn tuïc cuõa haøm soá  $f(x)$  taïi  $x_0 =$

1.

**Baøi taäp 2:** Cho haøm soá:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & (x \geq 2) \\ \frac{4 - x^2}{x - 2} & (x < 2) \end{cases}$$

Xeùt tính lieãn tuïc cuõa haøm soá  $f(x)$  taïi  $x_0 =$

2.

**Baøi taäp 3:** Cho haøm soá:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} & (x \leq 0) \\ \frac{\sqrt{x+1} - 1}{\sqrt[3]{x+1} - 1} & (x > 0) \end{cases}$$

Xeùt tính lieãn tuïc cuõa haøm soá  $f(x)$  taïi  $x_0 =$

0.

**Baøi taäp 4:** Cho haøm soá:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & (x \neq 1) \\ 5 & (x = 1) \end{cases}$$

Xeùt tính lieãn tuïc cuõa haøm soá  $f(x)$  taïi  $x_0 =$

1.

**Baøi taäp 5:** Cho haøm soá:

$(x = 2)$

$(x \neq 2)$

Xeùt tính lieãn tuïc cuõa haøm soá  $f(x)$  taïi  $x_0 =$

2.

**Baøi taäp 7:** Cho haøm soá:

$$f(x) = \begin{cases} a + \frac{4 - x}{x + 2} & (x \geq 0) \\ \frac{\sqrt{1 - x} - \sqrt{1 + x}}{x} & (x < 0) \end{cases}$$

$(x \geq 0)$

$(x < 0)$

Ñònha ñeã haøm soá  $f(x)$  lieãn tuïc taïi  $x_0 = 0.$

**Baøi taäp 8:** Cho haøm soá:

$$f(x) = \begin{cases} ax + \frac{1}{4} & (x \leq 2) \\ \frac{\sqrt[3]{3x + 2} - 2}{x - 2} & (x > 2) \end{cases}$$

Ñònħ a ñeỏ høm số  $f(x)$  lieõn tuĩc treõn  $\mathbb{R}$ .

**Baøi taäp 9:** Cho høm số:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + \frac{2}{3} & (x \leq 2) \\ \frac{\sqrt[3]{4x} - 2}{x^2 - 3x + 2} & (x > 2) \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x = 0) \\ \frac{1 - \cos x}{x} & (x \neq 0) \end{cases}$$

Xeùt tính lieõn tuĩc của høm số treõn toaøn trũc số.

Ñònħ a ñeỏ høm số  $f(x)$  lieõn tuĩc treõn  $\mathbb{R}$ .

**Baøi taäp 10:** Cho høm số:

**Đaĩng 3: Chõuõng minh phõõng trĩnh cõu nghieãm:**

**Baøi taäp 1:** CMR cõu phõõng trĩnh sau ñaỹ cõu nghieãm:

$$a/x^4 - 3x + 1 = 0$$

$$b/x^3 - 6x^2 + 9x - 10 = 0$$

$$c/x^5 - 10x^3 + 100 = 0$$

**Baøi taäp 2:** CMR phõõng trĩnh  $2x^3 - 6x + 1 = 0$  cõu 3 nghieãm trong khoaõng  $(-2 ; 2)$ .

**Baøi taäp 3:** CMR phõõng trĩnh  $x^3 - 3x + 1 = 0$  cõu 3 nghieãm phaõn bieät.

**Baøi taäp 4:** CMR phõõng trĩnh  $3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x - 20 = 0$  cõu ít nhaät hai nghieãm.

**Baøi taäp 5:** CMR cõu phõõng trĩnh sau cõu ù hai nghieãm phaõn bieät:

$$a/m(x-1)(x-2) + 2x - 3 = 0.$$

$$b/m(x^2 - 9) + x(x - 5) = 0.$$