

**GIỚI HẠN DÃY SỐ**

Bài 1. Tìm các giới hạn

a.  $\lim \frac{2n+1}{n+1}$

b.  $\lim \frac{-3n^2+4n+1}{2n^2-3n+7}$

c.  $\lim \frac{n^3+4n^2-3}{5n^3+n-2}$

d.  $\lim \frac{n(2n+5)(3n+2)}{3n^3+4}$

e.  $\lim \frac{2n+1}{n^2-2n+3}$

f.  $\lim \frac{4n(n^2+1)}{(2n+4)^3}$

Bài 2. Tìm các giới hạn

a.  $\lim \frac{2\sqrt{n}+1}{\sqrt{n}+1}$

b.  $\lim \frac{\sqrt[3]{5+6n^2+n^3}+7n}{4n+3}$

c.  $\lim \frac{3n^2+\sqrt[3]{n^3+n}}{n\sqrt{n^2+n}+3}$

d.  $\lim \frac{\sqrt{3n^2+4}}{n-2}$

e.  $\lim \frac{\sqrt[3]{8n^3-n^2}}{\sqrt{2n^2+5}}$

f.  $\lim \frac{3n+\sqrt{n^2+1}}{\sqrt{4n^2+5}-n}$

Bài 3. Tìm các giới hạn

a.  $\lim(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

b.  $\lim(\sqrt{n^2+5n+1}-\sqrt{n^2-n})$

c.  $\lim(\sqrt{3n^2+2}-\sqrt{3n^2-4n+5})$

d.  $\lim(\sqrt{n^2-4n-n-1})$

e.  $\lim(n-\sqrt{n^2+3})$

f.  $\lim(\sqrt[3]{n^2-n^3}+n)$

g.  $\lim(\sqrt{n-2\sqrt{n}}-\sqrt{n})$

h.  $\lim(\sqrt[3]{9n^2+8n^3}-2n)$

i.  $\lim(\sqrt{n^2+6n}-n)$

j.  $\lim(\sqrt[3]{n^3+3n}-\sqrt{n^2-4n})$

Bài 4. Tìm các giới hạn

a.  $\lim \frac{3-4^n}{5+4^n}$

b.  $\lim \frac{3^n-5^{n+1}}{3^{n+2}+5^n}$

c.  $\lim \frac{2^{3n+2}+7^{n+1}}{3^{n+2}-2^{3n}}$

d.  $\lim \frac{\pi^n-3^n+2^{2n}}{4\pi^n+3^n+2^{2n+2}}$

Bài 5. Tìm các giới hạn

a.  $\lim \frac{\sin 2n}{n+1}$

b.  $\lim \frac{1-\cos 4n}{n^2+2n}$

c.  $\lim \frac{(3n-4)\sin n}{2n^2+n}$

d.  $\lim \frac{3^n+2^{n+2}}{2^{2n+3}-3^n} \sin \frac{n\pi}{2}$

Bài 6. Tìm các giới hạn

a.  $\lim \frac{1+3+5+\dots+(2n+1)}{3n^2+4}$

b.  $\lim \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2-3}$

c.  $\lim [\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}]$

d.  $\lim \frac{n}{4^n}$  (HD: chứng minh  $4^n > n^2$  với mọi  $n \geq 1$ )

Bài 7. Tính các giới hạn

a.  $\lim [1 - 2/3 + 4/9 - \dots + (-2/3)^n]$

b.  $\lim (3 + 0,6 + 0,6^2 + 0,6^3 + \dots + 0,6^n)$

**GIỚI HẠN HÀM SỐ**

Bài 1: Tính các giới hạn

a.  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x + 1)$

b.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x+1}$

c.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-1}$

Bài 2. Tìm các giới hạn

a.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{x-3}$

b.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 3x^2)$

c.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 4x)$

d.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

Bài 3: Tìm các giới hạn

a.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-9x}{4x^2+1}$

b.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2-9}+3x+2}{2x-1}$

c.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3-4x+1}{x^3-2x^2+3}$

d.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^4+5x}{3-x^4}$

e.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3+8x}-5x+2}{3-4x}$

f.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2+4x}{2x^3-1}$

g.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+2x-3}{2x-6}$

h.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2-x}}{4x-9}$

i.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x^2+16}}{5x-7}$

j.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x - \sqrt{4x^4 + x^2 - 8}}{3x^2 - 2x - 5}$     k.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x - 3x + 1}}{\sqrt{4x^2 + 1} - x}$     l.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x - \sqrt{x^2 - 3x + 2}}{3x + 5}$

Bài 4. Tìm các giới hạn

a.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{2x + 3}{x^2 + 8x + 16}$     b.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x - 4}{3 - x}$     c.  $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 + 6x + 5}{x + 2}$     d.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 6}{(x^2 - 9)^2}$

Bài 5. Cho hàm số:  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-2} - x & x \geq 2 \\ 5 - 3x & x < 2 \end{cases}$ . Tính

a.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$     b.  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$     c.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

Bài 6. Cho hàm số:  $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 & x < 1 \\ 2x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ . Tính

a.  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$     b.  $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$     c.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Bài 7. Tìm các giới hạn

a.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - 6}{x^2 - 4x + 3}$     b.  $\lim_{x \rightarrow 3/2} \frac{2x^2 - 5x + 3}{4x^2 - 9}$     c.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x + 8}{x^2 + 5x + 6}$   
 d.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{8x^3 + 64}{x^2 + 3x + 2}$     e.  $\lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{4x^3 - x}{2x^2 - 5x + 2}$     f.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2(x^2 - 2x - 1) + 2(2x - 1)}{(2 - x)^2}$

Bài 8. Tìm các giới hạn

a.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{\sqrt{x} - 2}$     b.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{x^2 - 4x}$     c.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{3x+4}}{x^2 + 3x}$     d.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{3\sqrt[3]{x-4} + 6}{x + 4}$

Bài 9. Tìm các giới hạn

a.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 + \sqrt[3]{4x-8}}{\sqrt{x+4} - 2}$     b.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x-2}}{\sqrt{2x+5} - 3}$     c.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{5-3x} - 2}{\sqrt{3x+4} - 1}$   
 d.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4\sqrt{x-3}}{\sqrt[3]{x+4} - 2}$     e.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt{4+2x-x^2}}{x+1}$     f.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3+2x} - \sqrt{7-x} - 1}{2x-6}$   
 g.  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt[3]{2x} + \sqrt{x+5} + 1}{x^2 - 16}$     h.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^3}{x + 3\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} + 1}$

Bài 10: Tìm các giới hạn

a.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{9x^2 + 6x + 3x})$     b.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x + 5})$   
 c.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 5x} - \sqrt{x^2 + 3x - 2})$     d.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{6x^2 - 8x^3} + 2x)$   
 e.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 5x} - \sqrt{x^2 - 3x + 6})$     f.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt[3]{x^3 + 6x^2} + \sqrt{x^2 - 2x + 5})$

Bài 11: Tìm các giới hạn

a.  $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3})$     b.  $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{2}{x^2-1} - \frac{1}{x-1})$     c.  $\lim_{x \rightarrow 2} (\frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x})$

Bài 12. Tìm các giới hạn

a.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$     b.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{1 - \cos x}$     c.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{x \sin x}$     d.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin^2 3x}{1 - \cos 2x}$   
 e.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x+1} - 1}$     g.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin^2 x} - \cos 2x}{\tan^2 x}$     h.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{6 + 3 \cos x}}{x^2}$     i.  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{\cos^2 2x}$

### HÀM SỐ LIÊN TỤC

Bài 1: Xét tính liên tục của hàm số

$$\begin{aligned} \text{a. } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 4} & x \neq 4 \\ -5 & x = 4 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 4 & \text{b. } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x - 3} - x} & x > 3 \\ 3 - 2x & x \leq 3 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 3 \\ \text{c. } f(x) &= \begin{cases} \frac{\sqrt{5x - 6} - 2}{2x - 4} & x > 2 \\ 1 & x \leq 2 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 2 & \text{d. } f(x) &= \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x + 2} - 2}{x - 2} & x \neq 2 \\ 3 & x = 2 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 2 \end{aligned}$$

Bài 2: Chứng minh các hàm số sau liên tục trên R

$$\begin{aligned} \text{a. } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} & x \neq 1 \\ 4 & x = 1 \end{cases} & \text{b. } f(x) &= \begin{cases} \frac{x^3 + 3x + 4}{x^3 + 1} & x \neq -1 \\ 2x + 5 & x = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 3: Tìm a để hàm số liên tục trên R

$$\begin{aligned} \text{a. } f(x) &= \begin{cases} \frac{\sqrt{5 - 4x} - x}{1 - x} & x < 1 \\ (2a - 3)x & x \geq 1 \end{cases} & \text{b. } f(x) &= \begin{cases} \frac{2\sqrt{3x - 2} - \sqrt{x^2 + 6x - 3}}{x - 1} & x \geq 1 \\ (1 - a)^2 x & x < 1 \end{cases} \end{aligned}$$

Bài 4: Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1 + 4x} - 1}{x} & x > 0 \\ -x^2 + 4x + 2 & x \leq 0 \end{cases}$ . Xét tính liên tục của hàm số trên tập xác định.

Bài 5: Tìm a để hàm số liên tục tại  $x_0$ .

$$\begin{aligned} \text{a. } f(x) &= \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{3x + 2} - 2}{x - 2} & x \neq 2 \\ a & x = 2 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 2 & \text{b. } f(x) &= \begin{cases} \frac{\sqrt{3x + 1} + \sqrt[3]{-2 - 6x}}{x - 1} & x > 1 \\ a + x & x \leq 1 \end{cases} \text{ tại } x_0 = 1 \end{aligned}$$

Bài 6: Chứng minh rằng phương trình  $x^3 + 3x^2 + 5x - 1 = 0$  có ít nhất 1 nghiệm.

Bài 7: Chứng minh rằng phương trình  $x^5 - 3x^4 + 5x - 2 = 0$  có ít nhất 3 nghiệm.

Bài 8: Chứng minh các phương trình sau luôn có nghiệm

a.  $x^3 + mx^2 - 3x - 4m = 0$ .      b.  $m(2x^2 - 3x + 1) + 4x - 3 = 0$ .

Bài 9: Chứng minh rằng các phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt

a.  $x^3 - 3x + 1 = 0$       b.  $x^3 + 6x^2 + 9x + 1 = 0$

Bài 10. Chứng minh rằng phương trình  $(m - 1)x^3 + 2(m - 2)x^2 - 3mx + 3 = 0$  có ít nhất 2 nghiệm phân biệt.