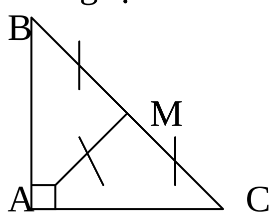
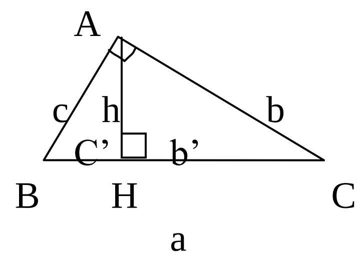
TỔNG HỢP ÔN TẬP HÌNH HỌC LỚP 9

Vấn đề: Hệ thức lượng trong tam giác vuông.

1. Tam giác vuông là tam giác có một góc vuông.
2. Trong tam giác vuông ta có định lí Pytago dùng để tính cạnh hoặc chứng minh các đẳng thức có liên quan đến bình phương của cạnh.
   Tam giác ABC vuông tại A khi đó: $BC^2=AB^2+AC^2$.
3. Trong tam giác vuông tại A thì trung tuyến AM = BC/2.





4. Công thức tính diện tích tam giác ABC vuông tại A: S=1/2. AB.AC=1/2.a.h
5. Từ công thức diện tích ta có ngay: a.h = b.c.
6. Công thức hình chiếu lên cạnh huyền: $b'.c'=h^2$.
7. Công thức về cạnh góc vuông và hình chiếu: $b^2=a.b'$. Và $c^2=a.c'$.
8. Công thức về nghịch đảo đường cao: $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$.
9. Các cách để c/m một tam giác là tam giác vuông:
   9.1. Chỉ ra tam giác có một góc vuông.
   9.2. Chỉ ra tam giác thỏa định lí Pytago đảo tức là : $BC^2=AB^2+AC^2$.thì tam giác vuông tại A.
   9.3. Chỉ ra một trung tuyến AM = BC/2. Thì tam giác vuông tại A.

Bài tập:

1. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB=3cm; BC=5cm. AH là đường cao. Tính BH; CH;AC và AH.
2. Cho tam giác ABC cân tại A có BC=16cm; AH=6cm. Một điểm D $\in$ BH: BD=3,5 cm. C/m ▲ DAC vuông.
3. Cho ▲ ABC vuông tại A có AC=10cm; AB=8cm. Tính:
a. BC.
b. Hình chiếu của AB và AC lên BC.
c. Đường cao AH.
4. Cho ▲ ABC vuông tại A có BC=20cm; AC=18cm. Tính AB;BH; CH và AH.
5. Cho ▲ ABC vuông tại A, có BC=12cm. Tính chiều dài hai cạnh góc vuông biết $AB=\frac{2}{3}AC$.

6. Cho ▲ ABC vuông tại A có đường cao AH. Biết BH=10cm; CH=42 cm. Tính BC; AH; AB và AC.
7. Cho đường tròn tâmO bán kính R=10cm.Dây cung AB bất kỳ có trung điểm I.
   a. Tính AB nếu OI=7cm.
   b. Tính OI nếu AB=14cm.
8. Cho đường tròn tâm O có đường kính AB=26,5 cm. Vẽ dây cung AC=22,5cm. H là hình chiếu của C trên AB, nối BC. Tính BC; BH; CH và OH.
9. Hình thang ABCD cân; đáy lớn AB= 30cm, đáy nhỏ CD=10cm và góc A là 60^0.
   a. Tính cạnh BC.
   b. Gọi M; N lần lượt là trung điểm AB và CD. Tính MN.
10. Cho đa giác lồi ABCD có AB=AC=AD=10cm, góc B bằng 60^0 và góc A là 90^0.
    a. Tính đường chéo BD.
    b. Tính khoảng cách BH và Điều kiện từ B và D đến AC.
    c. Tính HK.
    d. Vẽ BE ⊥ DC kéo dài. Tính BE; CE và DC.
11. Cho đoạn thẳng AB=2a. Từ trung điểm O của AB vẽ Ox ⊥ AB tại O. Trên Ox lấy D: OD=a/2.từ B kẽ BC ⊥ AD kéo dài.
    a. Tính AD; AC và BC theo a.
    b. Kéo dài DO một đoạn OE=a. C/m bốn điểm A; C; B và E cùng nằm trên một đường tròn.
    c. Xác định tính chất CE với góc ACB.
    d. Vẽ đường vuông góc với BC tại B cắt CE tại F. Tính BF.
    e. Gọi P là giao điểm của AB và CE. Tính AP và BP.
12. Cho ▲ ABC nhọn, nội tiếp (O;R) có: góc AOB= 90^0 và góc AOC =120^0.
    a. C/m O ở trong tam giác ABC.
    b. Tính các góc tam giác ABC.
    c. Tính đường cao AH và BC theo R.

Vấn đề: tỉ số lượng giác của góc nhọn.

1. Muốn có tỉ số lượng giác của góc nhọn ta phải có một tam giác vuông.
2. Trong tam giác vuông có góc nhọn α khi đó:
   a. Sin α =đối/ huyền.
   b. Côsin α= kề/ huyền.
   c. Tan α= đối / kề = sin /cos.
   d. Cotan α = kề/ đối = cos/ sin = 1/tan.
3. Nếu hai góc α và β phụ nhau tức là $\alpha + \beta = 90^0$ khi đó:
   Sin α = cos β.
   Cos α= sin β.

Tan α = cot β.
Cot α = tan β.

4. Bảng các giá trị lượng giác thường dùng: 0^0; 30^0; 45^0; 60^0 và 90^0.
5. Từ định lí Pytago trong tam giác vuông ta có ngay: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.
6. Từ định nghĩa ta có: tan α.cot α = 1.
7. Từ tỉ số lượng giác ta thấy trong tam giác vuông nếu cho một goc và một cạnh thì các yếu tố còn lại cũng tính được.
8. Có thể dùng tỉ số lượng giác để đo các chiều cao trong thực tế.
9. Khi biết góc tính giá trị lượng giác hoặc cho giá trị lượng giác tính góc ta dùng máy tính bỏ túi.

Bài tập:

1. Cho tam giác đều ABC, đường cao AH. Tính các tỉ số lượng giác của các góc: ABH và HAB.
2. Cho hình vuông ABCD cạnh a. Tính tỉ số lượng giác của góc ACB.
3. So sánh các tỉ số lượng giác:
   a. Sin30^0 và sin 72^0.
   b. Cos 45^0 và cos $75^0$10'
   c. Tan65^0 và tan45^0.
   d. Cot10^0 và cot35^0.
4. Cho tam giác vuông tại A có đường cao AH chia BC thành BH=64cm và CH=81cm. Tính các cạnh và góc tam giác ABC.
5. Cho ▲ ABC vuông tại A. Tìm các tỉ số lượng giác của góc B khi:
   a. BC =5cm và AB=3cm.
   b. BC=13 cm và AC=12 cm.
   c. AC= 4cm và AB=3cm.
6. Cho biết sin α =0,8. Tính các tỉ số lượng giác còn lại của α.
7. Cho sin α = ½. Tính các tỉ số lượng giác của góc 90^0-α.
8. Cho biết tan α =3. Tính các tỉ số lượng giác còn lại.
9. Cho ▲ ABC vuông tại A có AB=10cm và AC=15cm.
   a. Tính góc B.
   b. Phân giác trong góc B cắt AC tại I. Tính AI.
   c. Vẽ AH $\perp$ BI tại H. Tính AH.
10. Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB=2R. Bán kính OC $\perp$ AB, gọi M là một điểm nằm trên OC sao cho: tan OAM =3/4. AM cắt nửa đường tròn (O) tại D. Tính AM; AD và BD.

Vấn đề: định nghĩa và sự xác định đường tròn.

1. Tập hợp các điểm cách O cho trước một khoảng R không đổi gọi là đường tròn tâm O bán kính R. Kí hiệu: (O; R).
2. Để xác định được đường tròn ta có các cách sau:
   2.1. Biết tâm O và bán kính R.

2.2. Biết 3 điểm không thẳng hàng nằm trên đường tròn.

3. Cho (O; R) và điểm M. Khi đó có các khả năng sau:
   3.1. Nếu MO > R thì M nằm ngoài đường tròn (O; R).
   3.2. Nếu MO=R thì M nằm trên đường tròn (O;R). Kí hiệu: M $\in$ (O; R).
   3.3. Nếu MO < R thì M nằm trong đường tròn (O; R).
4. Dây cung là đoạn thẳng nối hai điểm trên đường tròn. Đường kính là dây cung qua tâm. Vậy đường kính là dây cung lớn nhất trong một đường tròn.
5. Muốn c/m các điểm cùng nằm trên (O; R) ta chỉ ra khoảng cách từ mỗi điểm đến O đều là R. Các cách khác sau này xét sau.
6. Đường tròn qua hai điểm A và B có tâm nằm trên trung trực của AB.
7. đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông có tâm là trung điểm cạnh huyền.

Bài tập:

1. Cho hình thang ABCD có đáy nhỏ AB và đáy lớn CD ; góc C=D =60^0; CD=2AD. C/m 4 điểm A; B; C; D cùng thuộc một đường tròn.
2. Cho ▲ ABC vuông tại A có AB=6cm; AC= 8cm. Khi đó bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đó bằng bao nhiêu?
3. Cho hình thoi ABCD; gọi O là giao điểm hai đường chéo. M; N; R và S là hình chiếu của O trên AB; BC; CD và DA. C/m 4 điểm M; N; R và S cùng thuộc một đường tròn.
4. Cho hình chữ nhật ABCD có AB=12cm; BC=9cm.
   a. C/m: A; B; C và D cùng thuộc một đường tròn.
   b. Tính bán kính đường tròn đó.
5. Cho hai đường thẳng xy và x'y' vuông góc nhau tại O. Một đoạn thẳng AB=6cm chuyển động sao cho A luôn nằm trên xy và B trên x'y'. Hỏi trung điểm M của AB chuyển động trên đường nào?
6. Cho ▲ ABC có các đường cao AH và CK. C/m:
   a. C/m: B; K; H và C cùng nằm trên một đường tròn. Xác định tâm đường tròn đó.
   b. So sánh Kí hiệu và BC.

Vấn đề: tính chất đối xứng xủa đường tròn.

1. Đường tròn là hình có một tâm đối xứng là tâm đường tròn đó.
2. Đường tròn có vô số trục đối xứng là mỗi đường kính của nó.
3. Đường kính vuông góc dây cung thì đi qua trung điểm và ngược lại.
4. Hai dây cung bằng nhau khi và chỉ khi chúng cách đều tâm.
5. Dây cung nào gần tâm hơn thì dài hơn và ngược lại.
6. Vận dụng các tính chất trên ta có thể tính độ dài các đoạn và c/m các tính chất cũng như so sánh các đoạn thẳng dựa vào đường tròn.

Bài tập:

1. Cho (O) và một dây cung CD. Từ O kẽ tia vuông góc CD tại M cắt (O) tại H. Tính bán kính R của (O) biết: CD=16cm và MH=4cm.

2. Cho (O; 2cm), MN là một dây cung của đường tròn có độ dài bằng 2cm. Khi đó khoảng cách từ O đến MN là bao nhiêu?
3. Cho (O; 12cm) có đường kính CD. Vẽ dây MN qua trung điểm I của OC sao cho góc NID bằng 30^0. Tính MN.
4. Cho đường tròn (O) và cung BC có số đo là 60^0. Từ B kẽ dây BD vuông góc đường kính AC và từ D kẽ dây DF //AC. Tính số đo cung DC; AB; FD.
5. Một dây cung AB chia đường tròn (O) thành hai cung thỏa số đo cung AmB bằng hai lần số đo cung AnB.
    a. Tính số đo hai cung trên.
    b. Tính các góc của ▲ AOB.
    c. Tính khoảng cách từ O đến AB.
6. Một dây cung AB chia đường tròn (O) thành hai cung thỏa số đo cung AmB bằng ba lần số đo cung AnB.
    a. Tính số đo hai cung trên.
    b. Tính các góc của ▲ AOB.
    c. Tính khoảng cách từ O đến AB.
7. Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB, trên AB lấy hai điểm M và N đối xứng nhau qua O. Từ M và N lần lượt kẽ hai đường thẳng song song cắt (O) tại H và K. C/m tứ giác MNKH là hình thang vuông.

Vấn đề: vị trí tương đối giữa đường thẳng và đường tròn.

1. Khoảng cách từ 1 điểm đến đường thẳng là độ dài đường vuông góc từ điểm đó đến đường thẳng.
2. Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d khi đó có các trường hợp sau:
    2.1. Nếu d(O;d) = OH > R thì đường thẳng và đường tròn không có điểm chung. Ta nói đường thẳng và đường tròn ngoài nhau hoặc không cắt nhau.
    2.2. Nếu d(O; d) = OH = R khi đó đường thẳng và đường tròn có một điểm chung duy nhất chính là H. Khi đó ta nói đườngthẳng tiếp xúc đường tròn (đường thẳng này gọi là tiếp tuyến của (O)).
    2.3. Nếu d(O; d) = OH < R thì đường thẳng d cắt đường tròn (O; R) tại hai điểm phân biệt A và B. Đường thẳng này gọi là cát tuyến với (O; R).
3. Vậy muốn xác định vị trí của đường thẳng d và đường tròn ta cần tìm bán kính R và khoảng cách d(O; d) rồi so sánh và kết luận.

Bài tập:

1. Cho các đường thẳng và đường tròn trong bảng sau:

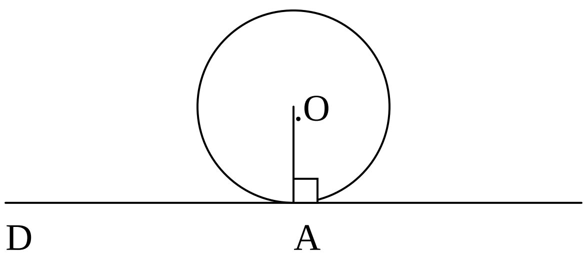
R	D	Quan hệ.
4	5	
4	4	

50	75	
3	2	
2	9	

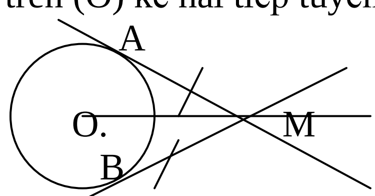
2. Cho ▲ ABC có góc B > C, AB=x; AC=y và chiều cao AH= h. Hỏi bán kính của đường tròn tâm A có giá trị bao nhiêu để (A; R) cắt BC theo các trường hợp:
   a. Hai giao điểm nằm giữa B và C.
   b. B và C nằm giữa hai giao điểm.
3. Cho ▲ cân OAB có OA=OB=5cm và AB=6cm. Hỏi bán kính R của đường tròn (O; R) có giá trị bao nhiêu để đường tròn tiếp xúc AB.

<u>Vấn đề: tiếp tuyến của đường tròn.</u>

1. Cho (O; R) tiếp tuyến của (O; R) là một đường thẳng tiếp xúc với (O; R).
2. Vậy d là tiếp tuyến (O; R) <=> d ⊥ OA tại A. A gọi là tiếp điểm.



3. Nói cách khác : d là tiếp tuyến của (O; R) <=> d(O; d) =R.
4. Ta có tính chất: từ một điểm M nằm ngoài (O; R) ta kẽ được hai tiếp tuyến đến (O; R) tại hai tiếp điểm A và B khi đó MA=MB.
5. Từ một điểm A trên (O; R) ta kẽ được một tiếp tuyến duy nhất, đó là đường thẳng qua A và vuông góc bán kính OA.
6. Từ hai điểm A và B trên (O) kẽ hai tiếp tuyến cắt nhau tại M thì MA= MB.



7. Ngoài ra ta còn có : MO là phân giác của góc AOB và OM là phân giác góc AOB.
8. Phương pháp vẽ tiếp tuyến với (O) từ một điểm nằm ngoài (O).
   8.1. Ta nối OM.
   8.2. Vẽ (I; OM/2) cắt (O) tại hai điểm A và B.
   8.3. Nối MA và MB được hai tiếp tuyến.

<u>Bài tập:</u>

1. Cho đường tròn tâm O; dây cung CD. Qua O vẽ OH ⊥ CD tại H, cắt tiếp tuyến tại C của đường tròn tại M. C/m MD là tiếp tuyến của (O).

2. Cho (O) mà M ngoài (O). Vẽ hai tiếp tuyếm MA và MB; gọi H là giao điểm của OM với AB. C/m: OM ⊥ AB và HA=HB.
3. Cho nửa đường tròn tâm (O), đường kính AB vẽ Ax ⊥ AB và By ⊥ AB ở cùng phía nửa đường tròn. Gọi I là một điểm trên đường tròn. Tiếp tuyến tại I gặp Ax tại C và By tại D. C/m: AC+BD = CD.
4. Cho đường tròn (O; 5cm). Từ M ngoài (O) vẽ hai tiếp tuyến MA và MB sao cho MA ⊥ MB tại M.
    a. Tính MA và MB.
    b. Qua trung điểm I của cung nhỏ AB vẽ một tiếp tuyến cắt OA; OB tại C và D. Tính CD.
5. Cho (O) từ M ngoài (O) vẽ hai tiếp tuyến MA và MB sao cho góc AMB =60^0. Biết chu vi tam giác MAB là 18cm, tính độ dài dây cung AB.
6. Cho (O) từ M ngoài (O) vẽ hai tiếp tuyến MA và MB. Kéo dài OB một đoạn BI=OB. C/m: góc BMI bằng 1/3 góc AMI.
7. Cho (O) có đường kính AB.vẽ dây xung AC bất kỳ và kéo dài AC một đoạn CD=AC.
    a. C/m: tam giác ABD cân.
    b. Xác định vị trí của C để biến đổi là tiếp tuyến của (O) tại B và tính góc DAB.

.

<u>Vấn đề: vị trí tương đối của hai đường tròn.</u>

1. Cho hai đường tròn (O; R) và (O’; R’) khi đó dựa vào khoảng cách OO’ và R; R’ ta có các khả năng sau:
2. Nếu OO’ = R-R’ với R > R’ thì hai đường tròn này tiếp xúc trong.
3. Nếu OO’ = R +R’ thì hai đường tròn có một điểm chung và điểm này là giao điểm của OO’ và hai đường tròn. Ta gọi hai đường tròn tiếp xúc ngoài.
4. Nếu OO’ < R+R’ thì hai đường tròn này cắt nhau tại hai điểm. Hai điểm này nhận OO’ làm trung trực.
5. Nếu OO’ > R+R’ thì hai đường tròn không cắt nhau và ngoài nhau.
6. OO’ < R-R’ thì hai đường tròn đựng nhau. (O; R) chứa (O’; R’) hay (O’; R) chứa trong (O; R).
7. Hai đường tròn đồng tâm là hai đường tròn có cùng tâm.
8. Nếu có hai đường tròn thì tiếp tuyến chung của chúng và đường nối tâm OO’ đồng quy.
    - Nếu đồng quy bên trong đoạn OO’ thì gọi là tiếp tuyến chung trong.
    - Nếu đồng quy bên ngoài đoạn OO’ thì gọi là tiếp tuyến chung ngoài.
    - Điểm đồng quy này chia OO’ theo tỉ lệ bằng tỉ lệ hai bán kính.
9.

<u>Bài tập:</u>

1. Hãy điền vào bảng sau vị trí giữa (O; R) và (O’; R’) biết:

R	R’	OO’	Quan hệ
8cm	7cm	9cm	
15cm	6cm	9cm	
5cm	3cm	10cm	
12cm	4cm	6cm	
10cm	8cm	18cm	
1dm	8cm	2dm	

2. Cho hai đường tròn (A; R_1); (B; R_2) và (C; R_3) đôi một tiếp xúc ngoìa nhau. Tính R_1; R_2 và R_3 biết AB= 5cm; AC= 6cm và BC=7cm.
3. Cho hai đường tròn (O; 5cm) và (O’; 5cm) cắt nhau tại A và B. Tính độ dài dây cung chung AB biết OO’ = 8cm.
4. Cho (O; R) và đường tròn (O’; R’) cắt nhau tại A và B với R > R’. Vẽ các đường kính AOC và AO’D. C/m ba điểm B; C và D thẳng hàng.
5. Cho hai đường tròn (O) và (O’) cắt nhau tại A và B; vẽ cát tuyến chung MAN sao cho MA=AN. Đường vuông góc với MN tại A cắt OO’ tại I. C/m I là trung điểm của OO’.
6. Cho hai đường tròn (O) và (O’) tiếp xúc ngoài nhau tại A. Gọi M là giao điểm một trong hai tiếp tuyến chung ngoài BC và tiếp tuyến chung trong. C/m BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OO’ tại M.
7. Hai đường tròn (O; R) và (O’; R) bằng nhau và tiếp xúc ngoài tại M. Đường tròn (O) và (O’) cùng tiếp xúc trong với đường tròn lớn (O”; R”) lần lượt tại E và F. Tính bán kính R” biết chu vi tam giác OO’O” là 20cm.
8. Cho đường tròn (O; 9cm); vẽ 6 hình tròn bằng nhau bán kính R đều tiếp xúc trong với (O) và mỗi đường tròn đều tiếp xúc với hai đường khác bên cạnh nó. Tính bán kính R.
9. Cho hai đường tròn đồng tâm; trong đường tròn lớn vẽ hai dây cung AB=CD và cùng tiếp xúc với đường tròn nhỏ tại M và N sao cho AB $\perp$ CD tại I. Tính bán kính đường tròn nhỏ biết IA=3cm và IB= 9cm.

<u>Vấn đề: đường tròn ngoại tiếp- nội tiếp và bàng tiếp tam giác… đa giác.</u>

1. Cho tam giác ABC, đường tròn đi qua 3 đỉnh A; B và C của tam giác gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
2. Tâm của đường tròn ngoại tiếp là điểm cách đều 3 đỉnh nên là giao điểm của ba đường trung trực của ba cạnh tam giác.
3. Đường tròn tiếp xúc với cả ba cạnh của tam giác ABC gọi là đường tròn nội tiếp tam giác.
4. Tâm của đường tròn nội tiếp là điểm cách đều 3 cạnh nên nó là giao điểm của ba đường phân giác.
5. Đường tròn tiếp xúc với 1 cạnh BC và phần kéo dài của hai cạnh kia (AB và AC) gọi là đường tròn bàng tiếp trong góc A.

6. Vậy đường tròn bàng tiểẩmtong góc A có tâm là giao điểm phân giác trong góc A và hai phân giác ngoài tại B và C.
7. Một tam giác có ba đường tròn bàng tiếp.
8. Tam giác nội tiếp đường tròn thì đường tròn này gọi là ngoại tiếp tam giác.
9. Tam giác ngoại tiếp đường tròn thì đường tròn ngoại tiếp tam giác.

Bài tập:

1. Cho tam giác đều ABC nội tiếp (O; R). Tính:
   c. Cạnh của tam giác ABC.
   d. Chiều cao AH theo R.
2. Cho tam giác ABC. D là điểm trên cạnh BC. Gọi (O) là đường tròn nội tiếp tam giác ABC và H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABD. C/m B; H và O thẳng hàg.
3. Cho tam giác ABC vuông tại A có AB=c; AC=b. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp và r là bán kính đường tròn nội tiếp . C/m : b+c = 2(R+r).
4. Cho tam giác ABC ngoại tiếp (O; r) có AB=c; AC=b và BC=a. C/m: diện tích tam giác ABC bằng $\frac{(a+b+c)}{2}.r$
5. .

Vấn đề: Góc ở tâm- số đo độ của cung—so sánh cung.

1. Góc ở tâm là góc có đỉnh là tâm của đường tròn.
2. Góc này cắt đường tròn tại A và B khi đó cung AB là cung bị chắn của góc ở tâm AOB.
3. Ta có tính chất: số đo cung bị chắn bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.
4. So sánh cung: cung nào lớn hơn thì có số đo cũng lớn hơn và ngược lại.
5. Cung nào có góc ở tâm lớn hơn thì lớn hơn và ngược lại.
6. .

Bài tập:

1. Cho (O; 5cm) và điểm M sao cho OM=10cm. Vẽ hai tiếp tuyến MA và MB. Tính góc ở tâm do hai tia OA và OB tạo ra.
2. Cho tam giác đều ABC, vẽ nửa đường tròn đường kính BC cắt AB tại D và AC tại E. So sánh các cung BD; DE và EC.
3. Cho hai đường tròn (O; R) và (O; r) với R > r. Điểm M ngoài (O; R). Qua M vẽ hai tiếp tuyến với (O; r), một cắt (O; R) tại A và B (A nằm giữa M và B); một cắt (O; R) tại C và D (C nằm giữa D và M). C/m: hai cung AB và CD bằng nhau.
4. .

Vấn đề: Liên hệ giữa cung và dây.

1. Cho (O) cung AB là đường cong chạy từ A đến B theo đường tròn. Còn dây (dây cung) là đoạn thẳng AB.

2. Ta chú ý với hai điểm A và B trên (O) luôn tạo ra hai cung lớn và cung nhỏ. Sau đây ta chỉ xét cung nhỏ.
3. Hai dây cung bằng nhau <=> hai cung bằng nhau.
4. Dây lớn hơn <=> cung lớn hơn.

Bài tập:

1. Cho (O) đường kính AB. Từ A và B vẽ hai dây cung AC và BD song song nhau. Qua O vẽ đường vuông góc AC tại M và BD tại N. So sánh hai cung AC và BD.
2. Cho (O) và dây cung AB chia đường tròn thành hai cung thỏa: $AmB = \frac{1}{3} AnB$.
   a. Tính số đo mỗi cung theo độ.
   b. C/m: khoảng cách từ tâm O đến dây AB là AB/2.
3. Trên đường tròn (O) vẽ hai cung AB và CD thỏa: $AB = 2CD$. C/m: AB < 2.CD.

Vấn đề: góc nội tiếp .

1. Góc nội tiếp của (O) là góc có đỉnh nằm trên đường tròn (O) và hai cạnh cắt (O) tại hai điểm phân biệt.
2. Để có góc nội tiếp thường ta có ba điểm nằm trên đương tròn.
3. Số đo góc nội tiếp chắn cung bằng ½ số đo góc ở tâm cùng chắn cung đó. Chú ý là cùng một cung.
4. Góc nội tiếp có số đo bằng ½ số đo cung bị chắn.
5. Cùng một cung có thể có nhiều góc nội tiếp thì các góc này đều bằng nhau.
6. Đặc biệt góc nội tiếp chắn nửa đường tròn thì là góc vuông 90^0.
7. Các cung bằng nhau thì góc nội tiếp chắn cung đó cũng bằng nhau và ngược lại.
8. Cung nào lớn hơn thì góc nội tiếp chắn cung đó cũng lớn hơn.

Bài tập:

1. Cho (O) có hai bán kính OA và OB vuông góc. Lấy C trên (O): $\frac{sdAC}{sdBC} = \frac{4}{5}$.

   Tính các góc của tam giác ABC.
2. Cho tam giác ABC cân tại A và có góc A là 50^0. Nửa đường tròn đường kính accắt AB tại D và BC tại H. Tính số đo các cung AD; DH và HC.
3. Cho (O) có đường kính AB vuông góc dây cung CD tại E.
   C/m: CD^2= 4AE.BE

Vấn đề: góc tạo bỡi tiếp tuyến và dây cung.

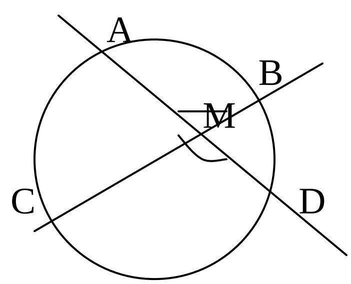
1. Góc tạo bới một tiếp tuyến tại tiếp điểm A và dây cung AX gọi là góc tạo bỡi tiếp tuyến và dây cung.
2. Số đo của góc này bằng ½ số đo góc ở tâm chắn cung AX.
3. Số đo của góc này bằng ½ số đo cung AX.
4. Số đo góc này cũng bằng số đo một góc nội tiếp bất kỳ chắn cung đó.

Bài tập:

1. Cho (O) và ba điểm A; B và C trên (O). Dây cung CB kéo dài gặp tiếp tuyến tại A ở M. So sánh các góc: AMC ; $ABC \ \ va \ \ ACB$.
2. Cho hai đường tròn (O) >(O') tiếp xúc ngoài nhau tại A. Qua A kẽ hai cát tuyến BD và CE (B; C $\in$ (O') còn D; E $\in$ (O)). C/m: $ABC = ADE$.
3. Cho (O; R) có hai đường kính AB và CD vuông góc. I là điểm trên cung AC sao cho khi vẽ tiếp tuyến qua I và cắt DC kéo dài tại M thì: IC=CM.
   a. Tính góc AOI.
   b. Tính độ dài OM.
4.

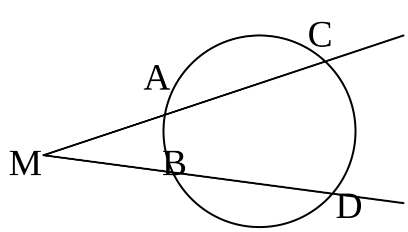
<u>Vấn đề: góc có đỉnh bên trong – bên ngoài đường tròn.</u>

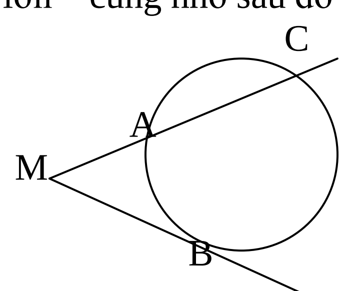
1. Cho (O) và M trong (O) khi đó có hai đường thẳng cùng qua M tạo thành góc. Góc này là góc bên trong đường tròn. Hai đường thẳng này cắt đường tròn tạo thành các cung.
2. Khi đó số đo góc ở trong đường tròn bằng tổng số đo hai cung này chia hai.

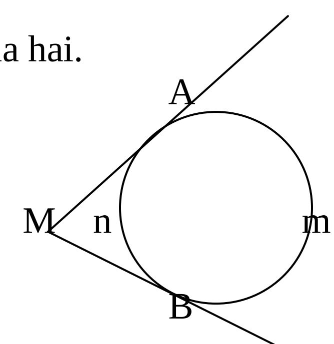


$AMB = CMD = \dfrac{sdAB + sdCD}{2}$.

3. Cho (O) và M ngoài (O) khi đó góc mà các cạnh của nó luôn tiếp xúc hoặc cắt (O) gọi là góc ngoài đường tròn (O) tại M. Khi đó góc này cũng cắt đường tròn tao thành hai cung; một cung lớn và một cung nhỏ.
4. Số đo góc ngoài bằng sđ cung lớn – cung nhỏ sau đó chia hai.







$AMB = \dfrac{sdCD - sdAB}{2}$ $\quad AMB = \dfrac{sdCB - sdAB}{2}$ $\quad AMB = \dfrac{sdAmB - sdAnB}{2}$

<u>Bài tập:</u>

1. Cho 4 điểm A; B; C và D theo thứ tự trên (O) sao cho: số đo các cung như sau: AB= 40^0; CD=120^0. Gọi I là giao điểm AC và biến đổi. M là giao điểm của DA và CB kéo dài. Tính các góc CID và AMB.
2. Cho (O); từ M ngoài (O) ta vẽ cát tuyến MAC và MBD sao cho góc CMD có số đo 40^0. Gọi E là giao điểm của AD và BC. Biết góc AEB là 70^0; tính số đo các cung AB và CD.
3. Cho (O) và M ngoài (O); vẽ tiếp tuyến MA và cát tuyến MBC đi qua O (B nằm giữa M và C). Đường tròn đường kính MB gặp MA tại E.
   C/m: $sdAnC = sdBmA + sdBkE$ với AnC; BmA và BkE là các cung trong góc AMC.

<u>Vấn đề: cung chứa góc.</u>

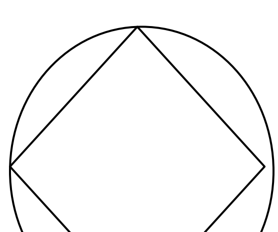
1. Cho đoạn thẳng AB cố định khi đó quỹ tích các điểm M sao cho: $AMB = \alpha$ cho trước là một cung. Cung này được gọi là cung chứa góc α độ nhận AB làm dây.
2. Cho một dây AB và α độ khi đó ta có hai cung chứa góc α độ nhận AB làm dây và hai cung này đối xứng qua AB.
3. Cách vẽ cung chứa góc α độ nhận AB làm dây như sau:
   - 3.1. Có AB: tại A vẽ tia At tạo AB góc α.
   - 3.2. Tại A vẽ tia Ax ⊥ At cắt trung trực AB tại O.
   - 3.3. Vẽ cung tròn (O; OA) ở phía chứa O.
   - 3.4. Khi đó cung này chính là cung chứa góc α nhận AB làm dây.
   - 3.5. Ta lấy O’ đối xứng O qua AB và vẽ cung tròn (O’; O’A) ta đượ cung thứ hai.

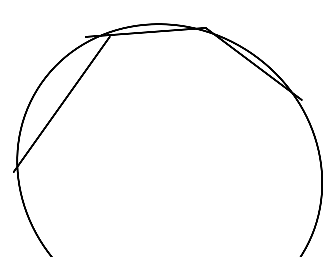
<u>Bài tập:</u>

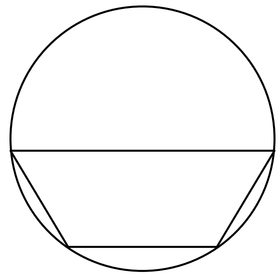
1. Vẽ cung chứa góc 45^0 trên đoạn AB= 4cm.
2. Vẽ cung chứa góc 120^0 trên đoạn CD= 10cm.
3. Cho (O) có đường kính AB, điểm C di động trên (O). Gọi M là giao điểm ba đường phân giác trong của tam giác ABC. Điểm M di động trên đường nào?

<u>Vấn đề: tứ giác nội tiếp.</u>

1. Tứ giác nội tiếp là tứ giác có 4 đỉnh nằm trên một đường tròn.
2. Tứ giác ABCD nội tiếp đồng nghĩa 4 điểm A; B; C và D cùng nằm trên 1 đường tròn.
3. Tứ giác nội tiếp đường tròn thì đường tròn gọi là ngoại tiếp tứ giác đó.
4. Tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác là giao điểm ba đường trung trực của ba cạnh tứ giác đó.
5. Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O; R) khi đó OA= OB= OC = OD =R.
6. Chú ý: O có thể nằm ngoài tứ giác; cũng có thể nằm trong hoặc nằm trên một cạnh chứ không phải lúc nào cũng nằm trong.







7. Cho ABCD là tứ giác nội tiếp thì A+C= B+D = 180^0.
8. Ngược lại tứ giác ABCD có A+C =180^0 hoặc B+D=180^0 thì ABCD nội tiếp.
9. Để c/m tứ giác ABCD nội tiếp ta có các cách sau:
   1. Chỉ ra A+C =180^0.
   2. Chỉ ra B+D=180^0.
   3. Chỉ ra bốn điểm A; B;C và D cùng thuộc một đường tròn nào đó cụ thể.
   4. Chỉ ra các góc nội tiếp tại A và B cùng nhìn CD 1 góc bằng nhau.

<u>Bài tập:</u>

1. Cho ▲ ABC có AB>AC. Vẽ ba đường cao AH; BK và CF; I là trực tâm ▲ ABC. Nêu tên các tứ giác nội tiếp đường tròn khi nối HK; KF và FH.
2. cho góc nhọn xOy. Trên cạnh Ox lấy A và B: OA=2cm; OB=6cm. trên Oy lấy hai điểm C và D: OC=3cm; OD=4cm. nối BD và AC. c/m: ABCD nội tiếp.
3. Cho (O) và A $\in$ (O). Từ M trên tiếp tuyến tại A vẽ cát tuyên MBC. Gọi I là trung điểm BC. C/m: AMIO nội tiếp.
4. .

<u>Vấn đề: đa giác đều ngoại tiếp--nội tiếp đường tròn.</u>

1. Đa giác đều là đa giác có tất cả các cạnh và góc đều bằng nhau.
2. Đa giác nội tiếp (O) là đa giác có các đỉnh cùng nằm trên (O). Khi đó đường tròn gọi là ngoại tiếp đa giác.
3. Đa giác ngoại tiếp (O) là đa giác có các cạnh cùng tiếp xúc (O). Khi đó (O) gọi là ngoại tiếp đa giác.
4. Mỗi đa giác đều bất kỳ có một đường tròn ngoại tiếp và 1 đường tròn nộị tiếp và hai đường này đồng tâm. Tâm này là giao điểm hai đường trung trực của hai cạnh hoặc là hai đường phân giác của hai góc.
5. Bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác là khoảng cách từ tâm đến đỉnh: OA=..
6. Bán kính đường tròn nội tiếp đa giác là khoảng cách từ tâm O đến 1 cạnh. Khoảng cách này gọi là trung đoạn của đa giác.
7. Cho n giác đều cạnh a khi đó:
   7.1. Chu vi của đa giác: 2p= na với p là nửa chu vi (tên thường dùng).
   7.2. Mỗi góc có số đo: A=B=…=$\frac{(n-2).180^0}{n}$.

7.3. Bán kính đường tròn ngoại tiếp: R=$\dfrac{a}{2\sin\dfrac{180^0}{n}}$.(dùng tỉ số lượng giác).

7.4. Bán kính đường tròn nội tiếp r=$\dfrac{a}{2\tan\dfrac{180^0}{n}}$.

7.5. Ta có: R^2-r^2 = a^2/4.

7.6. Diện tích đa giác đều: S= n/2.a.r.

8. .

Bài tập:

1. Cho (O; R). Nêu cách vẽ hình vuông ABCD nội tiếp (O). Tính trung đoạn hình vuông theo R.
2. Cho ▲ ABC đều cạnh 6cm.
   a. Vẽ đường tròn ngoại tiếp ▲ ABC.
   b. Vẽ đường tròn nội tiếp ▲ ABC.
   c. Tính hai bán kính R và r.
3. Cho (O; 6cm). Nêu cách vẽ lục giác đều nội tiếp . Tính trung đoạn của lục giác đều đó. (dùng hai đường tròn phụ).

Vấn đề: độ dài đường tròn--diện tích hình tròn.

1. Đường tròn chỉ là đường biên ngoài còn hình tròn là cả phần trong và biên.
2. Cho (O; R) khi đó độ dài đường tròn chính là chu vi của đường tròn: C=∏ 2R.
3. Nếu cho cung n^0 trên (O; R) thì độ dài cung là: $l = \dfrac{\Pi R.n^0}{180^0}$. Vì cả đường tròn 360^0 dài 2∏ R nên 1^0 dài $\dfrac{2\Pi R}{360} = \dfrac{\Pi R}{180}$ sau đó ta nhân lên.
4. Diện tích của(O; R) là : S= ∏ R^2.
5. Trên (O; R) cho cung AB có số đo n^0 khi đó hình quạt OAB có diện tích: $S_{quạt\ OAB} = \Pi R^2 \dfrac{n^0}{360^0}$.= l_{ab}.R/2.
6. Hình viên phân là ta lấy phần quạt rồi bỏ đi tam giác OAB là được viên phân : tính diện tích viên phân lấy $S_{h.quạt}$- $S_{tgiac\ OAB}$.
7. Hình xuyến là hình tạo ra khi có hai đường tròn đồng tâm (O; R) và (O; r) với R > r. Bằng cách lấy đường tròn lớn và bỏ đi đường tròn nhỏ. Phần ở giữa là hình xuyến.
   Vậy: $S_{xuyến}$ = $S_{tron\ lớn}$- $S_{tròn\ nhỏ}$ = ∏(R^2-r^2).
8. ∏ =3.14… nhưng thường dùng là ∏=3.14.

Bài tập:

1. Cho ∏= 3,14 hãy điền vào các bảng sau:

R	Đường kính d	Độ dài C	Diện tích
5			

	6		
		94,2	
			28,26

2. Cho (O; 10cm) tính độ dài các cung có số đo: 30^0; 60^0 và 120^0 lấy ∏=3,14.
3. Đường tròn (O; R) có độ dài cung AB là 1cm và số đo cung AB là 30^0. Tính bán kính R.
4. Cho (O; 10cm) tính diện tích các hình quạt tròn ứng với cung 60^0; 90^0 và 120^0.
5. Cho nửa đường tròn (O; 10cm) có đường kính AB. Vẽ hai nửa đường tròn đường kính OA và OB ở trong nửa dường tròn (O; 10cm). Tính diện tích của phần nằm giữa ba đường tròn.
6. Cho nửa đường tròn (O) đường kính BC, lấy A trên (O) sao cho AB < AC. Vẽ hai nửa đường tròn đường kính AB và AC ở phía ngoài tam giác ABC. C/m: S_{ABC} bằng tổng hai diện tích của hai hình trăng khuyết ở phía ngoài (O).

<u>Vấn đề: phương pháp chứng minh ba điểm thẳng hàng.</u>

1. Ta có thể chỉ ra ba điểm tạo thành góc bẹt (180^0).
2. Vận dụng tính chất các đường đồng quy.
3. C/m hai tia AB và AC trùng nhau theo tiên đề Ơclit(cùng song song 1 đường).
4. Chỉ ra 3 điểm cùng nằm trên 1 đường nào đó.
5. Có thể chỉ ra AB+BC=AC.

<u>Bài tập:</u>

1. Cho hình vuông ABCD, lấy BC làm cạnh vẽ tam giác đều BCF ngoài hình vuông, lấy AB làm cạnh vẽ tam giác đều ABE ở trong hình vuông. C/m: D; E và F thẳng hàng.
2. Cho ▲ ABC có AB < AC, trên tia đối của BA và CA lần lượt lấy hai điểm D và E: BD=CE. Gọi I là trung điểm BC, M là trung điểm DE. Vẽ hai hình bình hành BIFD và CIGE ngoài ▲ ABC. C/m: F; M và G thẳng hàng.
3. cho ▲ ABC vuông tại A. gọi H là hình chiếu của A xuống BC. vẽ tiếp tuyến BD và CE với đường tròn (A; AH). c/m: D; A và E thẳng hàng.
4. cho (O) và (O’) cắt nhau tại A và B. qua A kẽ cát tuyến cắt (O) tại C và (O’) tại D. đường kính DO’I cắt đường kính COC’ tại M. c/m: A; I vàC’ thẳng hàng.
5. Cho nửa đươừng tròn (O) đường kính AC và nửa đường tròn (O’) đường kính AB với AB < AC và tiếp xúc trong nhau tại A. Vẽ đường vuông góc tại trung điểm I của BC gặp nửa (O) tại M; vẽ tiếp tuyến PD với (O’). C/m:A; D và M thẳng hàng.

<u>Vấn đề: phương pháp c/m hai đoạn thẳng bằng nhau.</u>

1. Dùng hai tam giác bằng nhau.
2. Dùng tính chất của tam giác; hình thang cân; hình bình hành;…..
3. Sử dụng tính chất của đường chéo các hình. Tính chất đường trung bình.

4. Sử dụng tính chất bắc cầu.

Bài tập:

1. Cho hình vuông ABCD tâm O; qua O kẽ hai đường MON và EOF vuông góc nhau tại O với M; N $\in$ AB và CD còn E;F $\in$ AC và BC. C/m: MN=EF.
2. Cho tam giác ABC cân tại A. Một điểm M $\in$ AB và trên tia đối tia CA lấy N: CN=BM. Nối MN cắt BC tại I.c/m: MI=IN.
3. Cho ▲ ABC có AB<AC. Qua trung điểm M của BC vẽ đường vuông gócvới phân giác trong góc A cắt AB tại I và AC tại K. C/m: BI=CK.
4. Cho nửa (O) có đường kính AB=2R. Lấy hai điểm C và D trên cung AB: cung AC; CD và BD bằng nhau. Kéo dài dây AC một đoạn: EC=AC và kéo dài AD một đoạn DI=AD. Nối BI. C/m: BI=AE.
5. Cho ▲ ABC có AB > AC và góc A gấp đôi góc B. Một điểm M $\in$ AB và D trên tia đối AC: AM=AD. Nối DM kéo dài cắt BC tại N. C/m: MN=BN.

Vấn đề:phương pháp c/m hai đường thẳng vuông góc.

1. Hai đường thẳng vuông góc là hai đường thẳng cắt nhau và trong các góc tạo thành có 1 góc vuông 90^0.
2. Cho điểm O và d khi đó có duy nhất một đường thẳng qua O và $\perp$ d.
3. Cho a//b khi đó nếu c $\perp$ a thì c $\perp$ b.
4. Ngoài ra ta còn dùng các tính chất khác như xem hai đường thẳng là hai cạnh của tam giác vuông. Xét các tính chấtấtm giác cân; tam giác vuông; hình thoi, hình chữ nhật;….. Để c/m hai đường thẳng vuông góc.

Bài tập:

1. Cho ▲ ABC đều. Trên tia đối CB lấy điểm M sao cho CM=AB. C/m: AM $\perp$ AB.
2. Cho hình vuông ABCD, trên cạnh BC lấy M và trên tia đối tia CD lấy N: CN=CM. C/m: DM $\perp$ BN.
3. Cho nửa đường tròn (O) có đường kính AB. Từ M ngài (O) vẽ các tiếp tuyến MA và MC. MC kéo dài gặp AB tại I. CO kéo dài gặp MA kéo dài tại N. C/m: MO $\perp$ NI biết góc AMC bằng 60^0.
4. Cho (O). Vẽ hai tiếp tuyến xy // x'y' với hai tiếp điểm A và B; vẽ hai tiếp tuyến t //t' với C và D là hai tiếp điểm. t cắt xy và x'y' tại M; N. t' cắt xy và x'y' tại K và I. C/m: MI $\perp$ NK.
5. Cho (O) đường kính AB. Kéo dài AB một đoạn BC và kéo dài dây cung AD một đoạn DM sao cho AB.AC=AD.AM. C/m: MC $\perp$ AB.

Vấn đề: c/m hai đường thẳng song song.

1. Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung(không làm được gì).
2. Hai đường thẳng song song khi có đường thẳng cắt qua và tạo các cặp:

2.1 So le trong bằng nhau.
2.2 Đồng vị bằng nhau.
2.3 Các góc trong cùng phía đồng vị.

3. Hai đường thẳng cùng vuông góc đường thứ ba thì song song.
4. Hai cạnh đối của hình bình hành thì song song.
5. Tính chất dường trung bình tam giác và hình thang.
6. Các tính chất của các hình khác như hình hộp chữ nhật…..
7. Tính chất bắc cầu: chỉ ra a//b và b//c thì a//c.

Bài tập:

1. Cho ▲ ABC có AB<AC. Ba trung tuyến AM; BD và CK. Từ K kẽ Kx//BD và từ D kẽ Dy//AB hai đường này gặp nhau tại I. C/m: AM//CI.
2. Cho (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc nhau. Từ C kẽ Cx cắt AB tại M và (O) tại N. Đường vuông góc với AB tại M cắt tiếp tuyến với (O) vẽ từ N tại I. Vẽ tiếp tuyến ID. C/m: Cx //OI.
3. Cho hình năm cạnh lồi ABCDE. Gọi M; N ;H và K lần lượt là trung điểm các cạnh AB; CD; BC và DE. Nối MN và HK. Gọi I; F lần lượt là trung điểm MN và HK. C/m: IF//AE.

Vấn đề: c/m các đường thẳng đồng quy.

1. Các đường thẳng đồng quy là các đường thẳng đó cùng đi qua một điểm.
2. Ta có thể chỉ ra một điểm O nào đó và c/m các đường thẳng cùng đi qua nó.
3. Ta gọi O là giao điểm hai đường thẳng và chỉ ra đường còn lại cũng qua nó.
4. Ta dùng tính chất các đường chéo hình bình hành; hình chữ nhật để chỉ ra các đường cùng đi qua trung điểm cạnh nào đó.
5. Vận dụng tính chất các đường đồng quy trong tam giác..
6. Ta vận dụng định lí Talet đảo về các đoạn song song.

Bài tập:

1. Cho ▲ ABC có AB <AC và H là trực tâm. Gọi M; N; P lần lượt là trung điểm các cạnh: AB; BC và AC. E; F và G lần lượt là trung điểm của AH; BH và CH. C/m: MG; PF và EN đồng quy.
2. Cho tứ giác lồi ABCD. Gọi E; F; G và H lần lượt là trung điểm các cạnh: BC; AB; AD và CD. I; J là trung điểm hai đường chéo BD và AC. C/m: FH; GE và IJ đồng quy.
3. Cho hình thang ABCD đáy lớn AB và đáy nhỏ CD. Gọi M và M’ lần lượt là trung điểm AB và CD. C/m: AD; BC và MM’ đồng quy.
4. Cho ▲ ABC có AB<AC. Vẽ phía ngoài tam giác ba hình vuông: ABHI; ACED và BCFG. Nối DI; EF và GH. Gọi AJ; BK và CL lần lượt là ba đường cao của các ▲ AID; ▲ BHG và ▲ CEF.c/m: AJ; BK và CL đồng quy.

(Sử dụng các trung điểm ▲ ABC→tính chất trung tuyến).

Vấn đề: c/m hệ thức hình học.

1. Tức là ta phải đi c/m một đẳng thức đúng từ các dữ kiện đề bài cho.
2. Ta thường dùng các công thức của tam giác vuông nếu trong bài xuất hiện góc vuông. (xem phần trước).
3. Ta dùng phương pháp hai tam giác đồng dạng để c/m tỉ số bằng nhau và từ tỉ số này ta suy ra đẳng thức cần c/m.
4. Chú ý là có thể sử dụng tính chất bắc cầu trong nhiều tam giác đồng dạng.
5. Vận dụng công thức diện tích và phân tích một hình thành nhiều tam giác và cộng diện tích lại.
6. Sử dụng tam giác bằng nhau để chuyển cạnh khi cần thiết.
7. Dùng các tính chất của đường trung bình; hình bình hành; đoạn chắn bỡi các đường thẳng //…

Bài tập:

1. Cho (O) có đường kính AB. Qua A kẽ tiếp tuyến xy. Một điểm M $\in$ Ax; nối BM cắt (O) tại C. C/m: MA^2= MB.MC.
2. Cho tam giác đều ABC nội tiếp (O). D là điểm trên cung BC. (cung nhỏ). CD và AB kéo dài cắt nhau ở M; BD và AC kéo dài cắt nhau ở N. C/m:AB^2= BM.CN.
3. Cho ▲ ABC có AB<AC. Từ M $\in$ AB vẽ MEF //BC cắt AC tại E và đường thẳng song song AB vẽ từ C tại F. AC cắt BF tại I. C/m: IC^2 = IE.IA.
4. Cho hình chữ nhật ABCD có AB=36mm; AD=24mm. Từ D nối đến trung điểm M của AB cắt AC tại I và CB kéo dài tại K. C/m: ID^2=IM.IK.
5. Cho ▲ ABC vuông tại A. Vẽ phân giác trong AD của góc A (D $\in$ BC). Gọi khoảng cách từ D đến AB là d. C/m: $\frac{1}{d}=\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$. (sdct S).
6. Cho (O; R) và hai dây cung song song nhau AD và BE ở về hai phía của dây AB và cùng hợp với AB một góc 45^0. Nối DE cắt AB tại M. C/m: $MA^2+MB^2+MD^2+ME^2$= $4R^2$. (Sdtccung c/m:M=1vuông. Kẽ đường kính BC và xét tchìnhthang cung như ▲v).

Vấn đề: c/m tứ giác nội tiếp.

Để c/m tứ giác ABCD nội tiếp ta có các cách sau:

1. Chỉ ra A+C =180^0.
2. Chỉ ra B+D=180^0.
3. Chỉ ra bốn điểm A; B;C và D cùng thuộc một đường tròn nào đó cụ thể.
4. Chỉ ra các góc nội tiếp tại A và B cùng nhìn CD 1 góc bằng nhau.

Bài tập:

1. Cho (O) đường kính AB. M là một điểm trên tiếp tuyến xBy. AM cắt (O) tại C; lấy D $\in$ BM; nối AD cắt (O) tại I. C/m: CIDM nội tiếp.

2. Cho ▲ ABC vuông tại A có AB=5cm và AC= $5\sqrt{3}$ cm. Đường cao AH (H $\in$ BC). Đường tròn (H; HA) cắt AB tại D và AC tại E. C/m: CEBD nội tiếp.
3. Cho (O) đường kính AB; từ A và B vẽ Ax $\perp$ AB và By $\perp$ BA. Vẽ tiếp tuyến x'My' (tiếp điểm M) cắt Ax tại C và By tại D. OC cắt AM tại I và OD cắt BM tại K. C/m: CIKD nội tiếp.
4. Cho (O) đường kính AB, vẽ bán kính OC $\perp$ AB. Từ B vẽ tiếp tuyến Bx. Gọi M là trung điểm OC, AM kéo dài cắt đường tròn tại E và Bx tại I. Tiếp tuyến từ E cắt Bx tại D. C/m: MODE nội tiếp.

Vấn đề: tính góc.

1. Để tính góc ta dùng các tính chất về góc đối đỉnh; góc kề bù; góc phụ nhau.
2. Các tính chất về góc của tam giác; góc trong và góc ngoài.
3. Vận dụng tính chất tổng các góc tam giác; tứ giác.
4. Vận dụng tính chất phân giác; phân giác trong và phân giác ngoài vuông góc.
5. Vạn dụng tính chất của góc nội tiếp.
6. Vận dụng tính chất các tam giác đồng dạng.
7. Các tính chất về góc và hai đường thẳng song song.
8. Các tính chất của hình thang; hình thang cân; hình bình hành; hình thoi;…

Bài tập:

1. Cho ▲ ABC cân tại A và góc A bằng 20^0. Lấy D $\in$ AC sao cho góc CBD=60^0 và lấy E $\in$ AB: góc BCE=50^0. Tính góc BDE.
2. Cho ▲ ABC cân tại A có trung tuyến AM và phân giác CD. Tính góc A biết AM=CD/2.
3. Cho ▲ ABC cân tại A và A=80^0. Lấy I trong ▲ ABC sao cho: góc IBC=10^0 và ICB=30^0. Tính góc BIA.
4. Cho (O) có đường kính AB. Dây cung AC> BC. Trên đường AC lấy hai điểm M và N đối xứng nhau qua C và BC=MC=CN. Tính các góc ANB và AMB.
5. Cho tứ giác ABCD có AB= $\sqrt{3}$ cm; BC=3cm ; CD=$2\sqrt{3}$ cm và góc BAD=ADC=60^0. Tính các góc: ABC và BCD.
6. Cho ▲ ABC có AB<AC. Gọi (O) là đường tròn nội tiếp ▲ ABC. Các tiếp điểm thuộc cạnh AB và AC là M và N. Gọi K là giao điểm phân giác trong góc BAC và MN. Tính góc AKC.
7. Cho ▲ ABC nội tiếp (O; R) sao cho: BC-CA=R và BC.CA=R^2. Tính các góc ▲ ABC.

Vấn đề: c/m các đường thẳng đi qua điểm cố định.
Vấn đề: c/m lượng không đổi.
Vấn đề: giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.
Vấn đề: diện tích các hình trong ko gian.

Các bài toán ôn tập.

1. cho ▲ ABC vuông tại A có AB = 8cm và AC=5cm. ve các đường tròn tâm O đường kính AC và O’ đường kính AB cắt nhau tại M.
    a. c/m: C; M và B thẳng hàng.
    b. gọi H là hình chiếu của M lên AB và H’ trên AC. Tính: BC; AM; CM; BM; MH và MH’.
    c. tiếp tuyến tại C của (O) cắt AM tại E. tính EC.
2. cho nửa đường tròn (O) đường kính AB=2R. kéo dài AB và lấy trên đó đoạn BP=AB. gọi AM.