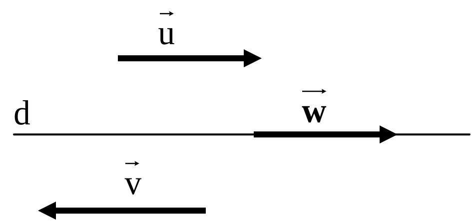
PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

❖ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

I. <u>Vectơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng</u>



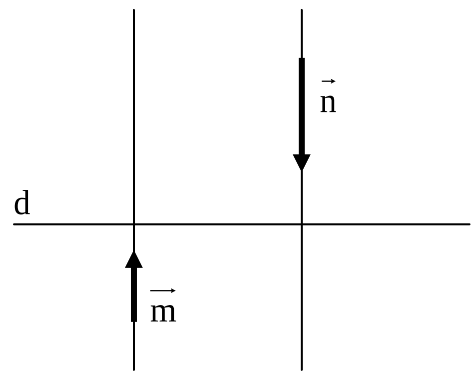
$\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là VTCP của đường thẳng d nếu $\vec{u}$ có giá song song hoặc trùng với d.

Ví dụ : $\vec{u}, \vec{v}, \vec{\mathbf{w}}$ là các VTCP của đường thẳng d.

Chú ý : Một đường thẳng thì có vô số VTCP và các VTCP của cùng một đường thẳng thì cùng phương với nhau.

❖ $\overrightarrow{AB}$ là một VTCP của đường thẳng AB.

II. <u>Vectơ pháp tuyến (VTPT) của đường thẳng</u>



$\vec{n} \neq \vec{0}$ được gọi là VTPT của đường thẳng d nếu $\vec{n}$ có giá vuông góc với d.

Ví dụ : $\vec{n}, \vec{m}$ là các VTPT của đường thẳng d.

Chú ý : Một đường thẳng thì có vô số VTPT và các VTPT của cùng một đường thẳng thì cùng phương với nhau.

Chú ý : Nếu **VTCP** $\vec{u} = (a;b)$ thì **VTPT** $\vec{n} = (-b;a)$ **và ngược lại.**

Ví dụ : 1. Cho $\vec{u} = (2;5)$ là VTCP của đường thẳng d **.** Khi đó $\vec{n} = (-5;2)$ là VTPT của d

2. Cho $\vec{a} = (-3;8)$ là VTCP của đường thẳng d **.** Khi đó $\vec{b} = (-8;-3)$ là VTPT của d

Bài tập 1. Đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = (3;-7)$**.** Tìm VTPT của đường thẳng d ?

Bài tập 2. Đường thẳng d có VTPT $\vec{n} = (-1;1)$**.** Tìm VTCP của đường thẳng d ?

III. <u>Nhắc lại :</u> Cho $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

Ví dụ : $A(1;-2)$, $B(3;6)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;8)$

. Độ dài của vectơ : Cho $\vec{u} = (x;y)$. Khi đó $|\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

Ví dụ : $\vec{u} = (3;-4)$ $\Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = \sqrt{25} = 5$

Bài tập. Trong mp Oxy cho ΔABC biết A(-2;3) , B(1;-4) và C(0;6). Tính chu vi tam giác ABC ?

IV. Liên hệ giữa VTCP và hệ số góc của đường thẳng

Nếu đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}=(a;b)$ với $a\neq 0$ thì Δ có hệ số góc $k=\frac{b}{a}$

Bài tập 1. Cho đường thẳng d có hệ số góc $k=-\frac{1}{4}$. Tìm VTCP của đường thẳng d ?

Bài tập 2. Cho đường thẳng d có hệ số góc $k=3$. Tìm VTCP của đường thẳng d ?

❖ **Bài tập về phương trình tham số của đường thẳng**

Đường thẳng d đi qua **điểm** $M(x_0;y_0)$ và có một **VTCP** $\vec{u}=(a;b)$

Khi đó **phương trình tham số của đường thẳng d là :** $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}, t\in\mathbb{R}$

Bài 1. Viết phương trình tham số của đường thẳng d , biết đường thẳng d đi qua điểm M(2;-3) và có một **VTCP** $\vec{u}=(-3;10)$.

Bài 2. Cho ba điểm A(-2;3) , B(1;-4) và C(0;6).

Viết phương trình tham số của đường thẳng AB và đường thẳng BC.

Bài 3. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua A(3;-4) và có hệ số góc $k=-\frac{2}{5}$.

❖ **Bài tập về phương trình tổng quát của đường thẳng**

Đường thẳng d đi qua **điểm** $M(x_0;y_0)$ và có một **VTPT** $\vec{n}=(\alpha;\beta)$

Khi đó **phương trình đường thẳng d có dạng** $\alpha(x-x_0)+\beta(y-y_0)=0$

$$\Leftrightarrow \alpha x+\beta y+c=0 \quad , \quad c=-\alpha x_0-\beta y_0$$

Pt $\alpha x+\beta y+c=0$ **chính là phương trình tổng quát của đường thẳng d**

Bài 1. Viết pt tổng quát của đường thẳng d , biết đt d đi qua điểm A(3;-1) và có một **VTPT** $\vec{n}=(-4;7)$ **.**

Bài 2. Viết pt tổng quát của đường thẳng d , biết đt d đi qua điểm N(-6;3) và có một **VTCP** $\vec{u}=(2;7)$ **.**

Bài 3 Cho ba điểm A(5;-7) , B(0;-3) và C(1;1)

Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm AB, AC.

V. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\begin{array}{l}\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0\\ \Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0\end{array}$

Tọa độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (\mathrm{I})$

TH1. Hệ (I) có một nghiệm $(x_0; y_0)$. Khi đó Δ_1 cắt Δ_2 tại một điểm $M(x_0; y_0)$

TH2. Hệ (I) có vô số nghiệm. Khi đó $\Delta_1 \equiv \Delta_2$

TH3. Hệ (I) vô nghiệm. Khi đó $\Delta_1 // \Delta_2$

Bài tập. Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau :

a) $d_1 : x - 2y + 5 = 0$ và $d_2 : 2x + y - 10 = 0$

b) $d_1 : 3x - 4y - 6 = 0$ và $d_2 : 6x - 8y + 1 = 0$

c) $d_1 : -2x + y + 6 = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -4 + 6t \end{cases}$

VI. Góc giữa hai đường thẳng.

Cho hai đường thẳng $\begin{array}{l}\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0\\ \Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0\end{array}$

Ta có $\overrightarrow{n_1} = (a_1, b_1)$ là một VTPT của đường thẳng Δ_1

$\overrightarrow{n_2} = (a_2, b_2)$ là một VTPT của đường thẳng Δ_2

Đặt $\alpha = \left(\widehat{\Delta_1, \Delta_2}\right)$ (**chú ý** $0^o \le \alpha \le 90^o$)

Khi đó $\cos\alpha = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \dfrac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$

Bài tập 1.. Tìm số đo của góc giữa hai đường thẳng $d_1 : x + y - 3 = 0$ và $d_2 : 2x + 3y - 1 = 0$

Bài tập 2. Tìm số đo của góc giữa hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=4-t\\y=-4+3t\end{cases}$ và $d_2:2x+3y-1=0$

Bài tập 3. Cho ba điểm A(4;-1) , B(-3;2), C(1;6). Tính số đo góc BAC và góc giữa hai đường thẳng AB, AC.

VII. Khoảng cách từ một điểm đến một đường phẳng

Cho điểm $M(x_0;y_0)$ và một đường thẳng $\Delta: Ax+By+C=0$

Khi đó khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ được xác định như sau :

$$d(M;\Delta)=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

Ví dụ : Cho điểm $A(-2;5)$ và một đường thẳng $\Delta:3x-y+7=0$

Khi đó : $d(A;\Delta)=\frac{|3(-2)-5+7|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{|-4|}{\sqrt{10}}=\frac{4}{\sqrt{10}}$

Bài 1. Cho điểm $A(-1;3)$ và đường thẳng $\Delta:3x+4y-10=0$. Tính $d(A,\Delta)$?

Bài 2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $\Delta:3x-4y+9=0$

Bài 3. Tìm bán kính của đường tròn tâm I(-3;4) và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta:5x+12y-10=0$

BÀI TẬP TỔNG HỢP

Bài 1 Cho ba điểm A(-3;4) , B(1,4), C(2;0)

a. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm A và song song với BC.

b. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC.

Bài 2.Viết pt tổng quát của đt d đi qua A(-1; 5) và song song với đt $d':3x+2y-10=0$

Bài 3.Viết pt tổng quát của đt d đi qua M(2; 0) và song song với đt $d':x+3y-1=0$

Bài 4.Viết pt tổng quát của đt d đi qua A(2; -3) và vuông góc với đt $d':3x+2y-10=0$

Bài 5.Viết pt tổng quát của đt d đi qua M(1; 4) và vuông góc với đt $d':x+3y-1=0$

Bài 6. Cho tam giác ABC, biết A(1;4), B(3;-1) và C(6;2)

a. Viết phương trình đường cao đi qua đỉnh C của tam giác ABC.

b. Viết phương trình đường trung tuyến đi qua đỉnh A của tam giác ABC.

c. Viết phương trình đường thẳng trung trực của các cạnh AB.

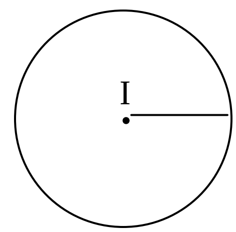
Bài 7. Cho đường thẳng $d: x-2y+5=0$ và điểm M(2;1)

a. Viết phương trình đường thẳng d’ đi qua M và d’ vuông góc với d.

b. Gọi H là giao điểm của d và d’. Tìm tọa độ điểm H ?

c. Tìm tọa độ điểm M’ đối xứng với điểm M qua đường thẳng d

❖ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN



1. Viết phương trình đường tròn khi biết tâm và bán kính

Phương trình đường tròn tâm $I(a;b)$, bán kính R là

$$\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2=R^2}$$

Ví dụ. Phương trình đường tròn tâm $I(3;-2)$, bán kính R = 5 là

$$(x-3)^2+(y+2)^2=5^2$$

2. Điều kiện để phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ là phương trình đường tròn.

Nếu $a^2+b^2-c>0$ thì phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ là phương trình đường tròn.

Khi đó tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$

3. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn.

Bài toán. Cho đường tròn (C) có tâm I(a;b) và bán kính R .Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc đường tròn (C).

Giải.

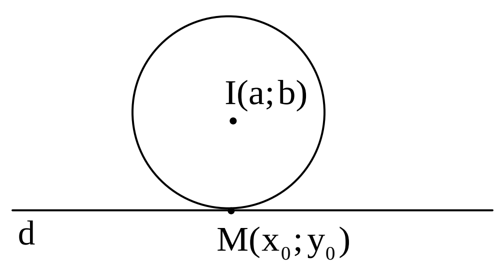
Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$

Khi đó $M(x_0;y_0)\in d$

và $\overrightarrow{IM}=(x_0-a;y_0-b)$ là một VTPT của đường thẳng d

Vậy phương trình của đường thẳng d là :

$$(x_0-a)(x-x_0)+(y_0-b)(y-y_0)=0$$



4. Điều kiện tiếp xúc

[Type text]

Cho đường tròn (C) có tâm I(a;b) và bán kính R .

Đường thẳng $\Delta : \alpha x + \beta y + c = 0$ tiếp xúc với đường tròn (C) khi và chỉ $d(I,\Delta) = R$

Lý thuyết : Cho đường tròn (C) có tâm I(a;b) và bán kính R .

(C) tiếp xúc với trục hoành Ox $\Rightarrow R = |b|$

(C) tiếp xúc với trục tung Oy $\Rightarrow R = |a|$

(C) tiếp xúc đồng thời với trục hoành Ox và trục tung Oy $\Rightarrow R = |a| = |b|$

Bài tập về phương trình đường tròn.

Bài 1. Lập phương trình của đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a. (C) có tâm I(4;5) và bán kính R=3
b. (C) có tâm I(1;3) và đi qua điểm M(3;1)
c. (C) có đường kính AB với A(1; 2) và B(-5 ; 0).
d. (C) có tâm I (-2; 0) và tiếp xúc với (d): 2x +y -1 = 0.
e. (C) đi qua 3 điểm A(2; 0) ; B(0; 1) và C(-1; 2).
f. (C) tiếp xúc với hai trục tọa độ và đi qua điểm A(2;1)
g. (C) đi qua hai điểm A(1;1), B(1;4) và tiếp xúc với trục Ox.

Bài 2. Lập phương trình (C) có tâm I nằm trên đường thẳng (d) x + y – 3 = 0, có bán kính R = 2 và tiếp xúc với trục hoành

Bài 3. Cho (C_1) $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$; (C_2) $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$

a. CMR : (C_1) và (C_2)cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Sau đó tìm tọa độ A, B ?
b. Lập phương trình (C_3) đi qua ba điểm A, B và E(4; 1). (***tương tự câu 1e***)

Bài 4. Tìm tâm và bán kính của đường tròn cho bởi mỗi phương trình sau :

a. $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ b. $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 2 = 0$

Bài 5. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 + t \end{cases}$ với đường tròn $(C) : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16$

Bài 6. Cho đường tròn (C) : $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$ và điểm M(4;2)

a. Chứng minh rằng điểm M nằm trên đường tròn (C) (hay nói cách khác $M \in (C)$)
b. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm M

Bài 7. Cho (C): $x^2 + y^2 = 4$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) trong các trường hợp sau:

- **a.** Tiếp tuyến đi qua M (2; -2). (***kiểm tra xem điểm M có thuộc đường tròn hay ko nhé*** ?)
- **b.** Tiếp tuyến song song với (d): $3x - y + 17 = 0$.
- **c.** Tiếp tuyến vuông góc với (d): $x + 2y - 5 = 0$.
- **d.** Tiếp tuyến cắt trục Ox ,Oy lần lượt tại A và B sao cho OA = OB.

Nhắc lại : Đường thẳng Δ cắt hai trục tọa độ Ox và Oy lần lượt tại A(a ; 0) và B(0 ; b) $(a, b \neq 0)$

có phương trình là : $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (*tự chứng minh nghen các con.*)

Các bài 1f, 1g ; 4, 5, 6, 7a,b,c SGK Hình học 10NC