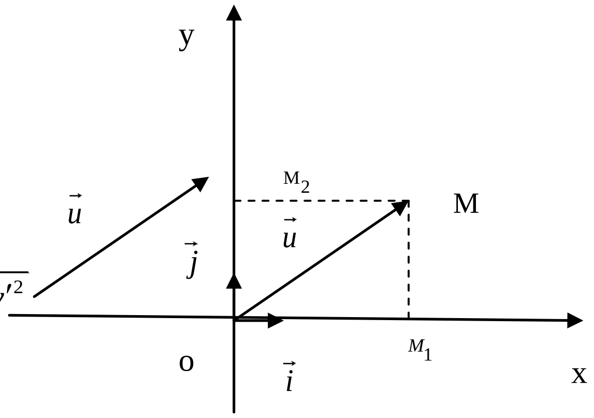
CHUYÊN ĐỀ : PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

A. LÝ THUYẾT

I. Tọa độ

1. Hệ trục toạ độ *Oxy* gồm ba trục *Ox*, *Oy* đôi một vuông góc với nhau với ba vectơ đơn vị $\vec{i},\vec{j}$ $\left(|\vec{i}|=|\vec{j}|=1\right)$.

2. $\vec{u}(x;y)\Leftrightarrow\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$; $M(x;y)\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OM_1}+\overrightarrow{OM_2}=x\vec{i}+y\vec{j}$



3. **Tọa độ của vectơ:** cho $\vec{u}(x;y),\vec{v}(x';y')$

a. $\vec{u}=\vec{v}\Leftrightarrow x=x';y=y'$ **b.** $\vec{u}\pm\vec{v}=(x\pm x';y\pm y')$

c. $k\vec{u}=(kx;ky)$ **d.** $\vec{u}.\vec{v}=xx'+yy'$

e. $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow xx'+yy'=0$ **f.** $|\vec{u}|=\sqrt{x^2+y^2}$, $|\vec{v}|=\sqrt{x'^2+y'^2}$

g. $\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)=\dfrac{|\vec{u}.\vec{v}|}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}$.

4. **Tọa độ của điểm:** cho $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$

a. $\overrightarrow{AB}=\left(x_B-x_A;y_B-y_A\right)$ **b.** $AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$

c. *G* là trọng tâm tam giác *ABC (tứ giácABCD tương tự)* ta có:

$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{O}$, $\overrightarrow{OG}=\dfrac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{3}$ $\Rightarrow$ $x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}$; $y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}$

d. *M* chia *AB* theo tỉ số *k*: $\overrightarrow{MA}=k\overrightarrow{MB}\Rightarrow$ $x_M=\dfrac{x_A-kx_B}{1-k}$; $y_M=\dfrac{y_A-ky_B}{1-k}$ (2 véc tơ gốc M)

Đặc biệt: *M* là trung điểm của *AB*: $x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}$; $y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}$.

e) Tứ giác ABCD là hình bình hành ⇔ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

h) Tính chất đường phân giác:

Gọi AD, AE lần lượt là đường phân giác trong và ngoài của góc A (D∈ BC; E∈ BC), ta có:

$$\overrightarrow{DB}=-\frac{AB}{AC}\overrightarrow{DC}\ ;\qquad \overrightarrow{EB}=\frac{AB}{AC}\overrightarrow{EC}$$

k) Diện tích Δ:

* Coâng thöùc tính dieän tích tam giaùc ABC vôùi : $\overrightarrow{AB}$ = $(x_1;y_1)$, $\overrightarrow{AC}$ = $(x_2;y_2)$

$S=\dfrac{1}{2}AB.AC.\cos BAC\Leftrightarrow S=\dfrac{1}{2}\sqrt{AB^2.AC^2-\left(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right)^2}$ thì $\boxed{S=\dfrac{1}{2}\left|x_1y_2-x_2y_1\right|}$

* Công thức khác: $S=\dfrac{1}{2}ah_a=\dfrac{1}{2}ab\sin C=\dfrac{abc}{4R}=pr=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

(Với a, b, c là ba cạnh, h_a là đường cao thuộc cạnh a, $p=\dfrac{1}{2}(a+b+c)$, R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp ΔABC)

g/ $\vec{u}$ cuøng phöông vôùi $\vec{u}'$ $\Leftrightarrow\begin{vmatrix}x & x'\\ y & y'\end{vmatrix}$ = xy’ – x’y = 0 $\Leftrightarrow x:x'=y:y'$

-A,B,C phân biệt thẳng hàng khi $\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$ $\Rightarrow\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_1}{y_2}$, với $\overrightarrow{AB}$ = $(x_1;y_1)$, $\overrightarrow{AC}$ = $(x_2;y_2)$, $k\neq 0$

Chú ý các bài toán hình học cơ bản của lớp 9

II. Phương trình đường thẳng

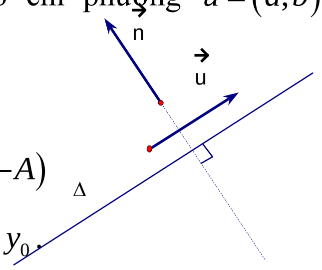
1. Một đường thẳng Δ được xác định khi biết một điểm $M(x_0;y_0)$ và một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B)$

*Phương trình tổng quát $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0 \Rightarrow .\boxed{Ax+By+C=0}$

hoặc có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;b)$ ta có thể chọn VTPT: $\vec{n}=(A=b;B=-a)$

*Phương trình tham số: khi biết một điểm $M(x_0;y_0)$ và một vectơ chỉ phượng $\vec{u}=(a;b)$,

$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$, $(t \in R)$. $M \in (\Delta) \Leftrightarrow M(x_0+at; y_0+bt)$



hoặc có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(A;B)$ ta có thể chọn $\vec{u}=(a=B;b=-A)$

*Phương trình đường thẳng qua $M(x_0;y_0)$ có hệ số góc k: $y=k(x-x_0)+y_0$.

* Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(x_A;y_A)$ khác $B(x_B;y_B)$: $\dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A}$ nhân chéo

2. Khoảng cách từ một điểm $M(x_M;y_M)$ đến một đường thẳng Δ: $Ax+By+C=0$ là:

$$d(M,\Delta)=\frac{|Ax_M+By_M+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}.$$

-Hoặc dựng đường thẳng qua M vuông góc cắt Δ tại H thì $d(M,\Delta)=MH$

- Hoặc $H(x_0+at;y_0+bt)\in(d)$ nên $\overrightarrow{NH}.\overrightarrow{u_d}=0$ tìm được t nên tìm được H

-PT đường thẳng cách đều hai đường thẳng $Ax+By+C=0$, $A'x+B'y+C'=0$ là

$\dfrac{|Ax+By+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=\dfrac{|A'x+B'y+C'|}{\sqrt{A'^2+B'^2}}$ (*) hay là tập hợp các điểm cách đều 2 đường thẳng.

Nếu 2 dường thẳng song song thì PT (*) trên có 1 đường thẳng

Nếu 2 đường thẳng trên cắt nhau thi PT trên(*) là 2 đường thẳng phân giác của 2 đường thẳng đó.

3. Vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Cho hai đường thẳng $\begin{matrix} \Delta_1 : a_1x+b_1y+c_1=0 \\ \Delta_2 : a_2x+b_2y+c_2=0 \end{matrix}$

Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ_1 *và* Δ_2 ta xét số nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases} \quad \text{(I)}$$

☞ ***Chú ý:*** Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ thì :

$$\Delta_1 \cap \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

$$\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$$

$$\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

4. Góc giữa hai đường thẳng.

*Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 *và* Δ_2 của (I) có VTPT $\vec{n_1}$ *và* $\vec{n_2}$ được tính theo công thức:

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \cos(\vec{n_1}, \vec{n_2}) = \frac{|\vec{n_1}.\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}||\vec{n_2}|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$ hoặc tính theo véc tơ chỉ phương thay $\vec{n}$ bằng $\vec{u}$

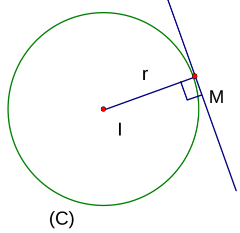
* Góc giữa hai đường thẳng:(Δ): y = k_1x + b và (Δ’): y = k_2x + b’ là:

$$\tan(\Delta;\ \Delta') = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1.k_2}\right| \qquad \textit{(Công thức tan)}$$

*Bài toán min,Max: MA+MB đạt min, $|MA - MB|$ đạt Max A,B cố định M thuộc đường thẳng hoặc $\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right|$ min hoặc đạt min cho A,B, C cố định M thuộc đường nào đó

Ví dụ: A(1;-1) B(-1;3) C(0;-5) và đường thẳng (d) 3x-4y +10=0 tìm M thuộc (d) mà
$\left|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right| \left|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right|$ $MA^2 + MB^2 + MC^2; MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt min

Có $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$ min vậy từ G hạ đoạn vuông góc xuống (d) tại M
Có $\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{MI} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{MI} + 3\overrightarrow{IC} = 6\overrightarrow{MI} + (\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC})$
Tìm điểm I thoả mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = 0$ I là điểm gọi là tâm tỉ cự 3 điểm xác định, từ I kẻ đoạn vuông góc với đường thẳng (d) tại M là điểm cần tìm
** Đường phân giác trong của tam giác là trục đối xứng của 2 cạnh bên và khoảng cách từ 1 điểm trên P giác cách đều 2 cạnh tam giác. d(M/Δ)=d(M/Δ')



III. Phương trình đường tròn

1. Một đường tròn được xác định khi biết tâm *I*(*a*;*b*) và bán kính *r*.

Phương trình:

Dạng 1: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

Dạng 2: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$, điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$ và $r = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.
Tâm I(a;b)

* Nếu $a^2 + b^2 - c = 0$ thì chỉ có một điểm I(a ; b) thỏa mãn phtr: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$
* Nếu $a^2 + b^2 - c < 0$ thì không có điểm M(x ; y) nào thỏa mãn phtr: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

2. Điều kiện để đường thẳng Δ: $Ax + By + C = 0$ (1) tiếp xúc với đường tròn (*C*) là:

$$d(I, \Delta) = \frac{|Aa + Ba + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = r$$

+Đôi khi ta xét b= 0 thay xét trực tiếp và sau đó xét b $\neq 0$ thì đường thẳng (1) thành $y = kx + b$ hoặc $kx - y + b = 0$ thì bài toán đơn giản hơn dùng cho cả tiếp tuyến và giao tuyến đường tròn và đường thẳng.

*Chú ý tính chất cung góc lượng giác bán kính dây cung lớp 9

2. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại M_0 .

Tiếp tuyến **tại** điểm $M_0(x_0 ; y_0)$ của đường tròn tâm I(a ; b) có phương trình: $M(x; y) \in \Delta$

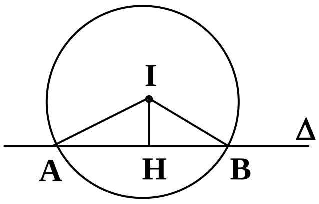
$\overrightarrow{IM} = (x_0 - a; y_0 - b)$ là véc tơ pháp tuyến của tiếp tuyến hay sử dụng tính chất:

$\overrightarrow{IM_0}.\overrightarrow{M_OM} = 0$ ta có $(x - x_0)(x_0 - a) + (y - y_0)(y_0 - b) = 0$

hoặc $x_0x + y_0y - a(x + x_0) - b(y + y_0) + c = 0$

$\overrightarrow{IM_0}.(\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IM_0}) = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{IM_0}\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IM_0}^2 = 0 \Leftrightarrow (x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = R^2$ (CT tách đôi)

Ngoài ra có thể dùng PTHĐGĐ $\begin{cases} (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \\ Ax + By + C = 0 \end{cases}$ có nghiệm kép là tiếp tuyến có 2 nghiệm là cắt nhau tại 2 điểm.



Chú ý tính chất bán kính và dây cung: IH là đường trung trực của AB

IV. Ba đường conic

I.Elip $E = \{M \in mp / MF_1 + MF_2 = 2a \}$, F_1, F_2 là 2 tiêu điểm

1. Phương trình chính tắc: $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$, ($a$>$b$>0).

2. Các yếu tố: $c^2 = a^2 - b^2$, a> c>0.,a>b>0

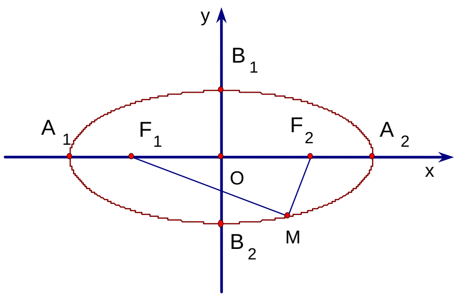
Tiêu cự: $F_1F_2=2c$; Độ dài trục lớn $A_1A_2=2a$ Độ dài trục bé $B_1B_2=2b$.

Hai tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.

Bốn đỉnh: 2 đỉnh trên trục lớn $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$,

2 đỉnh trên trục bé $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.

Tâm sai: $e = \dfrac{c}{a} < 1$



Bán kính qua tiêu điểm: M($x_0; y_0$)thuộc (E) thì $\begin{cases} MF_1 = r_1 = a + \dfrac{c}{a}x_0 \\ MF_2 = r_2 = a - \dfrac{c}{a}x_0 \end{cases}$

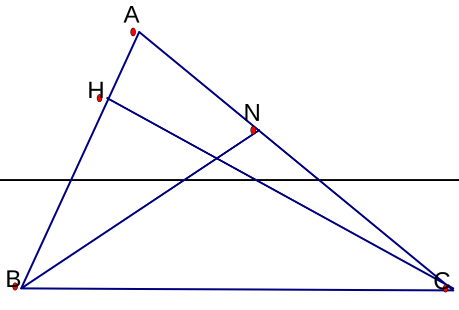
3. Điều kiện để đường thẳng $Ax+By+C=0$ tiếp xúc với elip là: dùng điều kiện nghiệm kép của ph trình hoành độ hoặc tung độ giao điểm.

B. BÀI TẬP CƠ BẢN

Bài 1. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với A(1; -2), đường cao $CH: x - y + 1 = 0$, phân giác trong $BN: 2x + y + 5 = 0$ .Tìm toạ độ các đỉnh B,C và tính diện tích tam giác ABC

Hướng dẫn:

+ Do $AB \perp CH$ nên AB: $x + y + 1 = 0$.



Giải hệ: $\begin{cases} 2x+y+5=0 \\ x+y+1=0 \end{cases}$ ta có (*x; y*)=(-4; 3).

Do đó: $AB \cap BN = B(-4;3)$.

+ Lấy *A'* đối xứng *A* qua *BN* thì $A' \in BC$.

- Phương trình đường thẳng (*d*) qua *A* và Vuụng gúc với *BN* là (*d*): $x-2y-5=0$.

Gọi $I=(d)\cap BN$. Giải hệ: $\begin{cases} 2x+y+5=0 \\ x-2y-5=0 \end{cases}$. Suy ra: *I*(-1; 3)$\Rightarrow A'(-3;-4)$

+ Phương trình *BC*: $7x+y+25=0$. Giải hệ: $\begin{cases} 7x+y+25=0 \\ x-y+1=0 \end{cases}$ Suy ra: $C(-\frac{13}{4};-\frac{9}{4})$.

+ $BC=\sqrt{(-4+13/4)^2+(3+9/4)^2}=\frac{\sqrt{450}}{4}$, $d(A;BC)=\frac{|7.1+1(-2)+25|}{\sqrt{7^2+1^2}}=3\sqrt{2}$.

Suy ra: $S_{ABC}=\frac{1}{2}d(A;BC).BC=\frac{1}{2}.3\sqrt{2}.\frac{\sqrt{450}}{4}=\frac{45}{4}$.

Bài 2: Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ *Oxy* cho hình chữ nhật *ABCD* có diện tích bằng 12, tâm *I* là giao điểm của đường thẳng $d_1: x-y-3=0$ và $d_2: x+y-6=0$. Trung điểm của một cạnh là giao điểm của d_1 với trục *Ox*. Tìm toạ độ các đỉnh của hình chữ nhật.

Hướng dẫn:

Ta có: $d_1 \cap d_2 = I$. Toạ độ của I là nghiệm của hệ:

$\begin{cases} x-y-3=0 \\ x+y-6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9/2 \\ y=3/2 \end{cases}$. Vậy $I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ Do vai trò A, B, C, D nên giả sử M là trung điểm cạnh AD $\Rightarrow M=d_1\cap Ox$ Suy ra M(3; 0) Ta có: $AB=2IM=2\sqrt{\left(3-\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=3\sqrt{2}$

Theo giả thiết: $S_{ABCD}=AB.AD=12 \Leftrightarrow AD=\frac{S_{ABCD}}{AB}=\frac{12}{3\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

Vì I và M cùng thuộc đường thẳng $d_1 \Rightarrow d_1 \perp AD$

Đường thẳng AD đi qua M (3; 0) và vuông góc với d_1 nhận $\vec{n}(1;1)$ làm VTPT nên có PT: $1(x-3)+1(y-0)=0 \Leftrightarrow x+y-3=0$. Lại có: $MA=MD=\sqrt{2}$

Toạ độ A, D là nghiệm của hệ PT: $\begin{cases} x+y-3=0 \\ \sqrt{(x-3)^2+y^2}=\sqrt{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+3 \\ (x-3)^2+y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+3 \\ (x-3)^2+(3-x)^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3-x \\ x-3=\pm 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=4 \\ y=-1 \end{cases}$.

Vậy A(2; 1), D(4; -1)

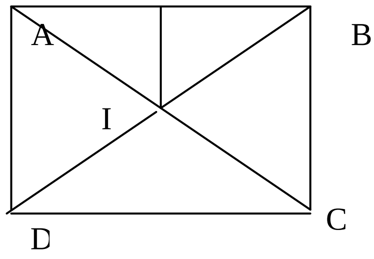
Do $I\left(\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm của AC suy ra: $\begin{cases} x_C=2x_I-x_A=9-2=7 \\ y_C=2y_I-y_A=3-1=2 \end{cases}$

Tương tự I cũng là trung điểm của BD nên ta có B(5; 4)

Vậy toạ độ các đỉnh của hình chữ nhật là: (2; 1), (5; 4), (7; 2), (4; -1)

Bài 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình chữ nhật ABCD có tâm $I(\frac{1}{2};0)$

Đường thẳng AB có phương trình: x – 2y + 2 = 0, AB = 2AD và hoành độ điểm A âm. Tìm tọa độ các đỉnh của hình chữ nhật đó.



HƯỚNG DẪN

+) $d(I,AB)=\frac{\sqrt{5}}{2}$ $\Rightarrow$ AD = $\sqrt{5}$ $\Rightarrow$ AB = 2$\sqrt{5}$ $\Rightarrow$ BD = 5.

+) PT đường tròn ĐK BD: $(x - 1/2)^2 + y^2 = 25/4$

+) Tọa độ A, B là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}(x-\frac{1}{2})^2+y^2=\frac{25}{4}\\ x-2y+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=2\\ y=2\end{cases}\\ \begin{cases}x=-2\\ y=0\end{cases}\end{array}\right.\Rightarrow A(-2;0),B(2;2)\quad\Rightarrow C(3;0),D(-1;-2)$$

Bµi 4: Trong mÆt ph¼ng Oxy cho tam gi¸c ABC biÕt A(2; - 3), B(3; - 2), cã diÖn tÝch b»ng $\frac{3}{2}$ vµ träng t©m thuéc ®êng th¼ng Δ: 3x - y - 8 = 0. T×m täa ®é ®Ønh C.

Híng dÉn:

Ta cã: AB = $\sqrt{2}$, M = ($\frac{5}{2};-\frac{5}{2}$), pt AB: x - y - 5 = 0

SΔABC= $\frac{1}{2}$d(C, AB).AB = $\frac{3}{2}$ $\Rightarrow$ d(C, AB)= $\frac{3}{\sqrt{2}}$

Gäi G(t;3t-8) lµ träng t©m tam gi¸c ABC th× d(G, AB)= $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow$ d(G, AB)= $\frac{|t-(3t-8)-5|}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ $\Rightarrow$t = 1 hoÆc t = 2

$\Rightarrow$G(1; - 5) hoÆc G(2; - 2)

Mµ $\overrightarrow{CM}=3\overrightarrow{GM}$ $\Rightarrow$C = (-2; 10) hoÆc C = (1; -4)

Bài 5:

Trong mặt phẳng với hệ toạ đ ộ Oxy cho điểm C(2;-5) và đường thẳng $\Delta:3x-4y+4=0$.
Tìm trên Δ hai điểm A và B đối xứng nhau qua I(2;5/2) sao cho diện tích tam giác ABC bằng15.

Hướng dẫn:

1. Gọi $A(a;\frac{3a+4}{4})\Rightarrow B(4-a;\frac{16-3a}{4})$. Khi đó diện tích tam giác ABC là

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.d(C\to\Delta)=3AB.$$

Theo giả thiết ta có $AB=5\Leftrightarrow(4-2a)^2+\left(\frac{6-3a}{2}\right)^2=25\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=4\\ a=0\end{array}\right.$

Vậy hai điểm cần tìm là A(0;1) và B(4;4).

Bài 6:

1.Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho elíp $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ và hai điểm A(3;-2) , B(-3;2) .

Tìm trên (E) điểm C có hoành độ và tung độ dương sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

Hướng dẫn:

Ta có PT đường thẳng AB:2x+3y=0

Gọi C(x;y) với x>0,y>0.Khi đó ta có $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$và diện tích tam giác ABC là

$$S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.d(C\to AB)=\frac{\sqrt{85}}{2\sqrt{13}}|2x+3y|=3\sqrt{\frac{85}{13}}\left|\frac{x}{3}+\frac{y}{4}\right|\le 3\sqrt{\frac{85}{13}}\sqrt{2\left(\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}\right)}=3\sqrt{\frac{170}{13}}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1\\ \frac{x}{3}=\frac{y}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\frac{\sqrt{2}}{2}\\ y=\sqrt{2}\end{cases}$. Vậy $C(\frac{3\sqrt{2}}{2};\sqrt{2})$.

Bài 7: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hai đường thẳng (d_1) : 4x - 3y - 12 = 0 và (d_2): 4x + 3y - 12 = 0.
Tìm toạ độ tâm và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác có 3 cạnh nằm trên (d_1), (d_2), trục Oy.

Hướng dẫn:

Gọi A là giao điểm d_1 và d_2 ta có A(3 ;0)
Gọi B là giao điểm d_1 với trục Oy ta có B(0 ; - 4)
Gọi C là giao điểm d_2 với Oy ta có C(0 ;4)
Gọi BI là đường phân giác trong góc B với I thuộc OA khi đó ta có I(4/3 ; 0), R = 4/3

Bài 8:

Cho điểm A(-1 ;0), B(1 ;2) và đường thẳng (d): x - y - 1 = 0. Lập phương trình đường tròn đi qua 2 điểm A, B và tiếp xúc với đường thẳng (d).

Hướng dẫn:

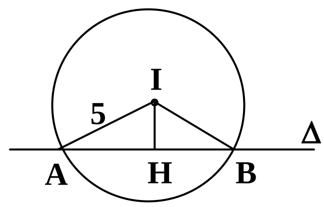
Giả sử phương trình cần tìm là $(x-a)^2 + (x-b)^2 = R^2$
Vì đường tròn đi qua A, B và tiếp xúc với d nên ta có hệ phương trình

$\begin{cases}(1+a)^2+b^2=R^2\\ (1-a)^2+(2-y)^2=R^2\\ (a-b-1)^2=2R^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\ b=1\\ R^2=2\end{cases}$ Vậy đường tròn cần tìm là: $x^2 + (y - 1)^2 = 2$

Bài 9 :

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 2my + m^2 - 24 = 0$ có tâm I và đường thẳng Δ: mx + 4y = 0. Tìm m biết đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A,B thỏa mãn diện tích tam giác IAB bằng 12.

Hướng dẫn :



Đường tròn (C) có tâm I(1; m), bán kính R = 5.
Gọi H là trung điểm của dây cung AB.
Ta có IH là đường cao của tam giác IAB.

IH = $d(I,\Delta)=\frac{|m+4m|}{\sqrt{m^2+16}}=\frac{|5m|}{\sqrt{m^2+16}}$

$AH=\sqrt{IA^2-IH^2}=\sqrt{25-\frac{(5m)^2}{m^2+16}}=\frac{20}{\sqrt{m^2+16}}$ Diện tích tam giác IAB là

$S_{\Delta IAB}=12\Leftrightarrow 2S_{\Delta IAH}=12$

$\Leftrightarrow d(I,\Delta).AH=12\Leftrightarrow 25|m|=3(m^2+16)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\pm 3\\ m=\pm\frac{16}{3}\end{array}\right.$

Bài 10:

Trong mÆt ph¼ng täa ®é *Oxy* cho tam gi¸c *ABC*, víi $A(1;1), B(-2;5)$, ®Ønh *C* n»m tr^n ®−êng th¼ng $x-4=0$, vµ träng t©m *G* cña tam gi¸c n»m tr^n ®−êng th¼ng $2x-3y+6=0$. TÝnh diÖn tÝch tam gi¸c *ABC*.

H−íng dÉn:

Ta cã $C=(4;y_C)$. Khi ®ã täa ®é G lµ $x_G=\frac{1-2+4}{3}=1, y_G=\frac{1+5+y_C}{3}=2+\frac{y_C}{3}$. §iÓm G n»m trªn ®-êng th¼ng $2x-3y+6=0$ nªn $2-6-y_C+6=0$, vËy $y_C=2$, tøc lµ

$C=(4;2)$. Ta cã $\overrightarrow{AB}=(-3;4)$, $\overrightarrow{AC}=(3;1)$, vËy $AB=5$, $AC=\sqrt{10}$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=-5$.

DiÖn tÝch tam gi¸c ABC lµ $S=\frac{1}{2}\sqrt{AB^2.AC^2-\left(\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{25.10-25}=\boxed{\frac{15}{2}}$

Bµi 11: Trong mÆt ph¼ng täa ®é *Oxy* cho tam gi¸c *ABC*, víi $A(2;-1), B(1;-2)$, träng t©m *G* cña tam gi¸c n»m trªn ®-êng th¼ng $x+y-2=0$. T×m täa ®é ®Ønh C biÕt diÖn tÝch tam gi¸c *ABC* b»ng 13,5 .

H-íng dÉn:

V× G n»m trªn ®-êng th¼ng $x+y-2=0$ nªn G cã täa ®é $G=(t;2-t)$. Khi ®ã $\overrightarrow{AG}=(t-2;3-t)$, $\overrightarrow{AB}=(-1;-1)$ VËy diÖn tÝch tam gi¸c *ABG* lµ

$$S=\frac{1}{2}\sqrt{AG^2.AB^2-\left(\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{AB}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{2\left[(t-2)^2+(3-t)^2\right]-1}=\frac{|2t-3|}{2}$$

NÕu diÖn tÝch tam gi¸c *ABC* b»ng 13,5 th× diÖn tÝch tam gi¸c *ABG* b»ng $13{,}5:3=4{,}5$. VËy $\frac{|2t-3|}{2}=4{,}5$, suy ra $t=6$ hoÆc $t=-3$. VËy cã hai ®iÓm *G* : $G_1=(6;-4), G_2=(-3;-1)$. V× *G* lµ träng t©m tam gi¸c *ABC* nªn $x_C=3x_G-(x_a+x_B)$ vµ $y_C=3y_G-(y_a+y_B)$.

Víi $G_1=(6;-4)$ ta cã $\boxed{C_1=(15;-9)}$, víi $G_2=(-3;-1)$ ta cã $\boxed{C_2=(-12;18)}$

Bµi 12.

Trong mÆt ph¼ng víi hÖ täa ®é Oxy cho ®-êng trßn (C): $x^2+y^2-2x+4y-4=0$ vµ ®-êng th¼ng d cã ph-¬ng tr×nh x + y + m = 0. T×m m ®Ó trªn ®-êng th¼ng d cã duy nhÊt mét ®iÓm A mµ tõ ®ã kÎ ®-îc hai tiÕp tuyÕn AB, AC tíi ®-êng trßn (C) (B, C lµ hai tiÕp ®iÓm) sao cho tam gi¸c ABC vu«ng.

H-íng dÉn:

Tõ ph-¬ng tr×nh chÝnh t¾c cña ®-êng trßn ta cã t©m I(1;-2), R = 3, tõ A kÎ ®-îc 2 tiÕp tuyÕn AB, AC tíi ®-êng trßn vµ $AB\perp AC$ => tø gi¸c ABIC lµ h×nh vu«ng c¹nh b»ng 3 $\Rightarrow IA=3\sqrt{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{|m-1|}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}\Leftrightarrow |m-1|=6\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-5\\ m=7\end{array}\right.$$

Bài 13:

Trong mp (Oxy) cho đường thẳng (Δ) có phương trình: x – 2y – 2 = 0 và hai điểm A (-1;2); B (3;4). Tìm điểm M$\in(\Delta)$ sao cho $2MA^2+MB^2$ có giá trị nhỏ nhất.

Hướng dẫn :

$M\in\Delta\Rightarrow M(2t+2;t), \overrightarrow{AM}=(2t+3;t-2), \overrightarrow{BM}=(2t-1;t-4)$

$2AM^2+BM^2=15t^2+4t+43=f(t)$

Min f(t) = $f\left(-\frac{2}{15}\right)$ => M$\left(\frac{26}{15};-\frac{2}{15}\right)$

Bài 14:

Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình:
$x^2+y^2+4\sqrt{3}x-4=0$.

Tia Oy cắt (C) tại A. Lập phương trình đường tròn (C'), bán kính R' = 2 và tiếp xúc ngoài với (C) tại A.

Hướng dẫn:

A(0;2), I(-2$\sqrt{3}$;0), R= 4, gọi (C') có tâm I'

Pt đường thẳng IA : $\begin{cases} x=2\sqrt{3}t \\ y=2t+2 \end{cases}$, $I'\in IA$ => I'($2\sqrt{3}t;2t+2$), $\overrightarrow{AI}=2\overrightarrow{I'A}\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$ => $I'(\sqrt{3};3)$

(C'): $\left(x-\sqrt{3}\right)^2+\left(y-3\right)^2=4$

Bài 15:

Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có cạnh AB: x -2y -1 =0, đường chéo BD: x- 7y +14 = 0 và đường chéo AC đi qua điểm M(2;1). Tìm toạ độ các đỉnh của hình chữ nhật.

Hướng dẫn:

$BD\cap AB=B(7;3)$, pt đg thẳng BC: 2x + y – 17 = 0

$A\in AB\Rightarrow A(2a+1;a), C\in BC\Rightarrow C(c;17-2c), a\neq 3, c\neq 7$,

I = $\left(\frac{2a+c+1}{2};\frac{a-2c+17}{2}\right)$ là trung điểm của AC, BD.

$I\in BD\Leftrightarrow 3c-a-18=0\Leftrightarrow a=3c-18\Rightarrow A(6c-35;3c-18)$

M, A, C thẳng hàng ⇔ $\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MC}$ cùng phương => c^2 – 13c +42 =0 ⇔ $\left[\begin{array}{l} c=7(loai) \\ c=6 \end{array}\right.$

c = 6 =>A(1;0), C(6;5) , D(0;2), B(7;3)

Bài 16:

Trong hệ tọa độ *Oxy*, cho hai đường tròn có phương trình $(C_1): x^2+y^2-4y-5=0$ và $(C_2): x^2+y^2-6x+8y+16=0$. Lập phương trình tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2).

Hướng dẫn:

$(C_1): I_1(0;2), R_1=3; (C_2): I_2(3;-4), R_2=3.$

Gọi tiếp tuyến chung của $(C_1),(C_2)$ là $\Delta: Ax+By+C=0\left(A^2+B^2\neq 0\right)$

Δ là tiếp tuyến chung của $(C_1),(C_2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d(I_1;\Delta)=R_1 \\ d(I_2;\Delta)=R_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2B+C|=3\sqrt{A^2+B^2} & (1) \\ |3A-4B+C|=3\sqrt{A^2+B^2} & (2) \end{cases}$$

Từ (1) và (2) suy ra $A=2B$ hoặc $C=\frac{-3A+2B}{2}$

Trường hợp 1: $A=2B$.

Chọn $B=1\Rightarrow A=2\Rightarrow C=-2\pm 3\sqrt{5}\Rightarrow \Delta: 2x+y-2\pm 3\sqrt{5}=0$

Trường hợp 2: $C=\frac{-3A+2B}{2}$. Thay vào (1) được

Bụi 17:

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy* cho đường tròn hai đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$, $(C'): x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$ cùng đi qua $M(1;0)$. Viết phương trình đường thẳng qua *M* cắt hai đường tròn $(C), (C')$ lần lượt tại *A, B* sao cho

MA= 2MB.

Hướng dẫn:

+ Gọi tâm và bán kính của (*C*), (*C'*) lần lượt là *I*(1; 1) , *I'*(-2; 0) và $R = 1, R' = 3$, đường thẳng (*d*) qua *M* có phương trình $a(x-1) + b(y-0) = 0 \Leftrightarrow ax + by - a = 0, (a^2 + b^2 \neq 0)(*)$.

+ Gọi *H, H'* lần lượt là trung điểm của *AM, BM.*

Khi đó ta có: $MA = 2MB \Leftrightarrow \sqrt{IA^2 - IH^2} = 2\sqrt{I'A^2 - I'H'^2} \Leftrightarrow 1 - \left(d(I;d)\right)^2 = 4[9 - \left(d(I';d)\right)^2]$, $IA > IH$.

$$\Leftrightarrow 4\left(d(I';d)\right)^2 - \left(d(I;d)\right)^2 = 35 \Leftrightarrow 4.\frac{9a^2}{a^2+b^2} - \frac{b^2}{a^2+b^2} = 35 \Leftrightarrow \frac{36a^2 - b^2}{a^2+b^2} = 35 \Leftrightarrow a^2 = 36b^2$$

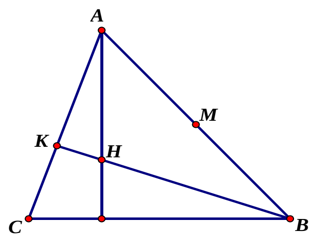
Dễ thấy $b \neq 0$ nên chọn $b = 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a = -6 \\ a = 6 \end{array}\right.$.

Kiểm tra điều kiện $IA > IH$ rồi thay vào (*) ta có hai đường thẳng thoả mãn.

Bài 18:

Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, hãy viết phương trình các cạnh của tam giác *ABC* biết trực tâm $H(1;0)$, chân đường cao hạ từ đỉnh *B* là $K(0;2)$, trung điểm cạnh *AB* là $M(3;1)$.

Hướng dẫn:



+ Đường thẳng *AC* vuông góc với *HK* nên nhận $\overrightarrow{HK} = (-1;2)$ làm vtpt và *AC* đi qua *K* nên $(AC): x - 2y + 4 = 0.$ Ta cũng dễ có: $(BK): 2x + y - 2 = 0$.

+ Do $A \in AC, B \in BK$ nên giả sử $A(2a-4;a), B(b;2-2b)$. Mặt khác $M(3;1)$ là trung điểm của *AB* nên ta có hệ:

$$\begin{cases} 2a - 4 + b = 6 \\ a + 2 - 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 10 \\ a - 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Suy ra: $A(4;4), B(2;-2)$.

+ Suy ra: $\overrightarrow{AB} = (-2;-6)$, suy ra: $(AB): 3x - y - 8 = 0$.

+ Đường thẳng *BC* qua *B* và vuông góc với *AH* nên nhận $\overrightarrow{HA} = (3;4)$, suy ra: $(BC): 3x + 4y + 2 = 0.$

KL: Vậy : $(AC): x - 2y + 4 = 0, (AB): 3x - y - 8 = 0$, $(BC): 3x + 4y + 2 = 0.$

Bài 19: (đề 2010)

Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy* , cho hai đường thẳng d_1: $\sqrt{3}x + y = 0$ và d_2: $\sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (T) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B và C sao cho tam giác ABC vuông tại B. Viết phương trình của (T), biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

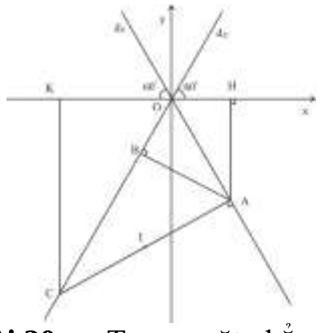
Hướng dẫn:

. Ta thấy d_1, d_2 tạo với Oy góc 30^0 Từ đó $AOB = 60^0$; $ACB = 30^0$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{\sqrt{3}}{2}AB^2\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}AB^2=\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AB=1$ $OA=\frac{2}{\sqrt{3}}.AB=\frac{2}{\sqrt{3}}\Rightarrow A\left(\frac{1}{\sqrt{3}};-1\right)$

$OC=2OA=\frac{4}{\sqrt{3}}\Rightarrow C\left(-\frac{2}{\sqrt{3}};-2\right)$ Đường tròn (T) đường kính AC có: $I\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}};-\frac{3}{2}\right)$, $R=\frac{AC}{2}=1$

Phương trình (T): $\left(x+\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2+\left(y+\frac{3}{2}\right)^2=1$

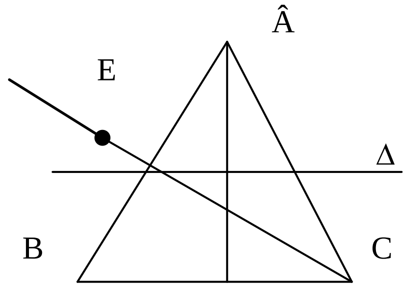


<u>Bài 20</u>: Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho tam giác ABC cân tại A có đỉnh *A*(6; 6), đường thẳng đi qua trung điểm của các cạnh *AB* và *AC* có phương trình *x* + *y* – 4 = 0. Tìm tọa độ các đỉnh *B* và *C*, biết điểm E(1; –3) nằm trên đường cao đi qua đỉnh *C* của tam giác đã cho.

<u>Hướng dẫn:</u>

Gọi Δ là đường thẳng đi qua trung điểm của AC và AB

Ta có $d\left(A,\Delta\right)=\frac{|6+6-4|}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$



Vì Δ là đường trung bình của ⊔ ABC

$\Rightarrow d\left(A;BC\right)=2d\left(A;\Delta\right)=2.4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

Gọi phương trình đường thẳng BC là: $x+y+a=0$

Từ đó: $\frac{|6+6+a|}{\sqrt{2}}=8\sqrt{2}\Rightarrow|12+a|=16\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=4\\a=-28\end{array}\right.$

Nếu $a=-28$ thì phương trình của BC là $x+y-28=0$, trường hợp này A nằm khác phía đối với BC và Δ, vô lí. Vậy $a=4$, do đó phương trình BC là: $x+y+4=0$.

Đường cao kẻ từ A của ΔABC là đường thẳng đi qua *A(6;6)* và $\perp BC: x+y+4=0$ nên có phương trình là $x-y=0$.

Tọa độ chân đường cao H kẻ từ A xuống BC là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}x-y=0\\x+y+4=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-2\end{cases}$$

Vậy *H (-2;-2)*

Vì BC có phương trình là $x+y+4=0$ nên tọa độ *B* có dạng: *B(a; -4-a)*

Lại vì H là trung điểm BC nên *C(-4-a; a)*

Suy ra: $\overrightarrow{CE}=\left(5+a;-3-a\right)$, $\overrightarrow{AB}=(a-6;-4-a-6)$

Vì $CE\perp AB$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CE}=0\Rightarrow\left(a-6\right)\left(a+5\right)+\left(a+3\right)\left(a+10\right)=0$

$$\Rightarrow\quad 2a^2+12a=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-6\end{array}\right.\text{ Vậy }\begin{cases}B\left(0;-4\right)\\C\left(-4;0\right)\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}B\left(-6;2\right)\\C\left(2;-6\right)\end{cases}.$$

Bài 21: (Đề 2011- khối A) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng Δ: x + y + 2 = 0 và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$. Gọi I là tâm của (C), M là điểm thuộc Δ. Qua M kẻ các tiếp tuyến MA và MB đến (C) (A và B là các tiếp điểm). Tìm tọa độ điểm M, biết tứ giác MAIB có diện tích bằng 10.

1HD: Diện tích ΔMAI=5 = $\frac{1}{2}AM.\sqrt{5} \Rightarrow AM = 2\sqrt{5}$ và $MI^2 = IA^2 + AM^2 = 25$

M∈ Δ ⇒ M(m; -m – 2). Vậy $\overrightarrow{MI} = (2-m; m+3)$ nên ta có phương trình:

$4+m^2-4m+m^2+6m+9=25 \Leftrightarrow m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow$ m = 2 hay m = -3

⇒ M (2; -4) và M (-3; 1).

C. BÀI TẬP TỰ RÈN

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* có *C*(–1; –2), đường trung tuyến kẻ từ *A* và đường cao kẻ từ B lần lượt có phương trình là 5*x*+*y*–9=0 và *x*+3*y*–5=0. Tìm tọa độ các đỉnh *A* và *B*.

   ĐS: *A*(1;4), *B*(5;0).

2. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy* cho đường tròn (*C*) $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$ và đường thẳng $\Delta: x + my - 2m + 3 = 0$ với *m* là tham số thực. Gọi *I* là tâm của đường tròn (*C*) Tìm *m* để Δ cắt (*C*) tại hai điểm phân biệt *A* và *B* sao cho diện tích tam giác *IAB* lớn nhất.

3. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc *Oxy*, cho elip (*E*) có phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.
   Xét điểm *M* chuyển động trên tia *Ox* và điểm *N* chuyển động trên tia *Oy* sao cho đường thẳng *MN* luôn tiếp xúc với (*E*). Xác định tọa độ điểm *M*, *N* để đoạn *MN* có độ dài nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó.

   ĐS: $M\left(2\sqrt{7};0\right), N\left(0;\sqrt{21}\right), MN_{\min} = 7$

4. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc *Oxy* cho đường tròn (*C*): $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ và đường thẳng *d*: *x*–*y*–1=0. Viết phương trình đường tròn (*C*’) đối xứng với đường tròn (*C*) qua đường thẳng *d*. Tìm tọa độ các giao điểm của (*C*) và (*C*’).

   ĐS: *A*(1;0), *B*(3;2)

5. Trong mặt phẳng với hệ trục *Oxy* cho tam giác *ABC* có đỉnh *A*(2; 1), đường cao qua đỉnh *B* có phương trình là *x*–3*y* – 7 = 0 và đường trung tuyến qua đỉnh *C* có phương trình: *x* + *y* + 1= 0. Xác định toạ độ các đỉnh *B* và *C* của tam giác *ABC*.

6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Đêcac vuông góc *Oxy* cho điểm *C*(2;0) và elip (*E*): $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.
   Tìm tọa độ các điểm *A*, *B* thuộc (*E*), biết rằng hai điểm *A*, *B* đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác *ABC* là tam giác đều.

   ĐS: $A\left(\frac{2}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hoặc $A\left(\frac{2}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$

7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho các đường thẳng: d_1: *x*+*y* +3=0, d_2: *x*–*y* –4=0, d_3: *x*–2*y* =0. Tìm tọa độ điểm *M* nằm trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ *M* đến đường thẳng d_1 bằng hai lần khoảng cách từ *M* đến đường thẳng d_2. ĐS: *M*(–22;–11), (2;1).

8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho đường tròn (*C*): $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ và đường thẳng *d*: $x-y+3=0$. Tìm tọa độ điểm *M* nằm trên *d* sao cho đường tròn tâm *M*, có bán kính gấp đôi bán kính đường tròn (*C*), tiếp xúc ngoài với đường tròn (*C*).

ĐS: $M_1(1;4)$, $M_2(-2;1)$

9. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, tìm điểm *A* thuộc trục hoành và điểm *B* thuộc trục tung sao cho *A* và *B* đối xứng với nhau qua đường thẳng *d*: $x-2y+3=0$. ĐS: $A(2;0)$, $B(0;4)$.

10. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho đường tròn (*C*): $(x-1)^2+(y+2)^2=9$ và đường thẳng *d*: $3x-4y+m=0$. Tìm *m* để trên *d* có duy nhất một điểm *P* mà từ đó có thể kẻ được hai tiếp tuyến *PA*, *PB* tới (*C*) (*A*, *B* là các tiếp điểm) sao cho tam giác *PAB* đều.

ĐS: $m=19$, $m=-41$

11. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh *AB*. Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh *A* lần lượt có phương trình là $7x-2y-3=0$ và $6x-y-4=0$. Viết phương trình đường thẳng *AC*. ĐS: *AC*: $3x-4y+5=0$

12. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy* cho hình chữ nhật *ABCD* có điểm $I(6;2)$ là giao điểm của hai đường chéo *AC* và *BD*. Điểm $M(1;5)$ thuộc đường thẳng *AB* và trung điểm *E* của cạnh *CD* thuộc đường thẳng Δ: $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng *AB*.

ĐS: AB: $y-5=0$; $x-4y+19=0$

13. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* có $A(0;2)$, $B(-2;-2)$ và $C(4;-2)$. Gọi *H* là chân đường cao kẻ từ *B*; *M* và *N* lần lượt là trung điểm của các cạnh *AB* và *BC*. Viết phương trình đường tròn đi qua các điểm *H*, *M*, *N*. ĐS: $x^2+y^2-x+y-2=0$

14. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, cho các đường thẳng d_1: $x+y+3=0$, d_2: $x-y-4=0$, d_3: $x-2y=0$. Tìm tọa độ điểm *M* mằm trên đường thẳng d_3 sao cho khoảng cách từ *M* đến đường thẳng d_1 bằng hai lần khoảng cách từ *M* đến đường thẳng d_2. ĐS: $M_1(-22;-11)$, $M_2(2;1)$

15. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy* cho hai đường thẳng d_1: $x-y=0$ và d_2: $2x+y-1=0$. tìm tọa độ các đỉnh hình vuông *ABCD* biết rằng đỉnh *A* thuộc d_1, đỉnh *C* thuộc d_2 và các đỉnh *B*, *D* thuộc trục hoành.

ĐS: $A(1;1)$, $B(0;0)$, $C(1;-1)$, $D(2;0)$ hoặc $A(1;1)$, $B(2;0)$, $C(1;-1)$, $D(0;0)$

16. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy* cho hai điểm $A(0;2)$ và $B\left(-\sqrt{3};-1\right)$. Tìm tọa độ trực tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *OAB*. ĐS: $H\left(\sqrt{3};-1\right), I\left(-\sqrt{3};1\right)$

17. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy* xét tam giác *ABC* vuông tại *A*, phương trình đường thẳng *BC* là $\sqrt{3}x-y-\sqrt{3}=0$, các đỉnh *A* và *B* thuộc trục hoành và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 2. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác *ABC*.

18. ĐS: $G\left(\dfrac{7+4\sqrt{3}}{3};\dfrac{6+2\sqrt{3}}{3}\right)$ hoặc $G\left(\dfrac{-4\sqrt{3}-1}{3};\dfrac{-6-2\sqrt{3}}{3}\right)$

19. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy* cho đường tròn (*C*): $(x-2)^2+y^2=4/5$ và hai đường thẳng Δ_1: $x-y=0$, Δ_2: $x-7y=0$. Xác định tọa độ tâm *K* và bán kính đường tròn (C_1); biết đường tròn (C_1) tiếp xúc với các đường thẳng Δ_1, Δ_2 và tâm *K* thuộc đường tròn (*C*). ĐS: $K\left(\dfrac{8}{5};\dfrac{4}{5}\right), R=\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$

20. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ *Oxy*, hãy xác định tọa độ đỉnh *C* của tam giác *ABC* biết rằng hình chiếu vuông góc của *C* trên đường thẳng *AB* là điểm $H(-1;-1)$, đường phân giác trong của

góc A có phương trình $x–y+2=0$ và đường cao kẻ từ B có phương trình $4x+3y–1=0$. ĐS: $C\left(-\frac{10}{3};\frac{3}{4}\right)$

21. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho điểm $A(2;2)$ và các đường thẳng: d_1: $x+y–2=0$, d_2: $x+y–8=0$. Tìm tọa độ các điểm B và C lần lượt thuộc d_1 và d_2 sao cho tam giác ABC vuông cân tại A. ĐS: $B(–1;3)$, $C(3;5)$ hoặc $B(3;–1)$, $C(5;3)$

22. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đương tròn (C): $x^2+y^2–2x–6y+6=0$ và điểm $M(–3;1)$. Gọi T_1 và T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C). Viết phương trình đường thẳng T_1T_2. ĐS: T_1T_2: $2x+y–3=0$

23. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hai điểm $A(2;0)$ và $B(6;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm A và khoảng cách từ tâm của (C) đến điểm B bằng 5.

ĐS: (C_1): $(x–2)^2+(y–1)^2=1$ hoặc $(x–2)^2+(y–7)^2=49$

24. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hai điểm $A(1;1)$ và $B(4;–3)$. Tìm điểm C thuộc đường thẳng $x–2y–1=0$ sao cho khoảng cách từ C đến đường thẳng AB bằng 6.

ĐS: $C_1(7;3), C_2\left(-\frac{43}{11};-\frac{27}{11}\right)$

25. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho tam giác ABC có $AB=AC$, $\widehat{BAC}=90^0$. Biết $M(1;–1)$ là trung điểm cạnh BC và $G\left(\frac{2}{3};0\right)$ là trọng tâm tam giác ABC. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

ĐS: $A(0;2)$, $B(4;0)$, $C(–2;–2)$

26.Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I\left(\frac{1}{2};0\right)$, phương trình đường thẳng AB là $x–2y+2=0$ và $AB=2AD$. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết rằng đỉnh A có hoành độ âm. ĐS: $A(–2;0)$, $B(2;2)$, $C(3;0)$, $D(–1;–2)$