

ĐỀ CƯƠNG TOÁN 12 HỌC KỲ II

Bài 1. Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x-1}$ có đồ thị (C)

- a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho
- b. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ là $x_0 = 2$
- c. Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục tung, trục hoành

Bài 2. Cho hàm số $y = 3x - x^3$.

- a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- b. Dựa vào đồ thị (C) biện luận theo m số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x + m = 0$
- c. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục Ox.

Bài 3. Tìm nguyên hàm

- a. $f(x) = 3x^2 - 2x + 1/x$
- b. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$
- c. $f(x) = 3\sin x - 2\cos 2x$
- d. $f(x) = 2\sin 3x \sin 5x$
- e. $f(x) = \frac{1 - \cos 2x}{\cos^2 x}$
- f. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$

Bài 4. Tìm một nguyên hàm F(x) của hàm số f(x), biết

- a. $f(x) = x^2 - 3x + 2$ và $F(2) = 1$
- b. $f(x) = 4 \cos 5x \cos 3x$ và $F(\pi/4) = 4$

Bài 5. Tính các tích phân sau

- a. $\int_{-1}^1 (2x^2 + x + 1)dx$
- b. $\int_1^2 (\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3})dx$
- c. $\int_1^2 \frac{x^2 - 2x}{x^3} dx$
- d. $\int_1^{e^2} \frac{2\sqrt{x} + 5}{x} dx$
- e. $\int_1^8 (4x - \frac{1}{3\sqrt{x^2}})dx$
- f. $\int_2^3 \frac{x+2}{x-1} dx$
- g. $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$
- h. $\int_0^1 e^{-x} dx$
- i. $\int_{-3}^3 (2|x+2| - |x-2|)dx$
- k. $\int_0^1 \frac{x}{(2x+1)^3} dx$
- l. $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{2x+1}} dx$
- m. $\int_0^1 x\sqrt{1-x} dx$
- n. $\int_1^e \frac{1 + \ln^2 x}{x} dx$
- o. $\int_0^1 x^5(1-x^3)^6 dx$
- p. $\int_{\ln 3}^{\ln 5} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3}$
- q. $\int_1^2 \frac{x}{1 + \sqrt{x-1}} dx$
- r. $\int_1^e \frac{\sqrt{1 + \ln x} \ln x}{x} dx$
- s. $\int_0^{\pi/2} (x + \cos x) \sin x dx$

Bài 6. Tính các tích phân sau

- a. $\int_0^1 x.e^{3x} dx$
- b. $\int_0^{\pi/2} (x-1) \cos x dx$
- c. $\int_0^{\pi} (2-x) \sin \frac{x}{2} dx$
- d. $\int_0^{\pi/2} x \sin 2x dx$
- e. $\int_1^e x \ln x dx$
- f. $\int_1^e (1-x^2) \ln x dx$
- g. $\int_0^1 x \cdot \ln(3+x^2) dx$
- h. $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^5} dx$
- i. $\int_0^{\pi/2} 2x \cos^2 x dx$
- j. $\int_0^1 e^{2x} \sin 2x dx$
- k. $\int_0^{\pi^2/4} \sin \sqrt{x} dx$
- l. $\int_3^5 \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx$
- m. $\int_0^1 \frac{x^3 + x + 1}{x+1} dx$
- n. $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$
- o. $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos 2x dx$
- p. $\int_0^1 (x + \sqrt{1-x^2}) dx$
- q. $\int_0^{\pi/2} (\sin^3 x + \cos^3 x) dx$
- r. $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x}$
- s. $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x + 1}{2 - \cos x} dx$
- t. $\int_0^{\pi/2} \sin 2x e^{\sin x} dx$

Bài 7. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi

- a. Đồ thị hàm số $y = x + 1/x$, trục hoành, đường thẳng $x = -2$ và đường thẳng $x = 1$
- b. Đồ thị hàm số $y = e^x + 1$, trục hoành, hai đường thẳng $x = 0$ và $x = 1$

c. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành, đường thẳng $x = -2$ và đường thẳng $x = 4$

d. Đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = \pi$

Bài 8. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo nên khi quay miền D quanh trục Ox biết miền D giới hạn bởi các đường

a. $y = x \ln x; y = 0; x = 1; x = e.$

b. $y = 4 - x^2; y = x^2 + 2.$

c. $y = 2\sqrt{2x - x^2}$ và $y = 4 - 2x.$

d. $y = \sqrt{x}; y = 2 - x; y = 0.$

e. $y = x^2, y = 4x^2$ và $y = 4.$

f. $y = 2x^2$ và $y = 2x + 4$

Bài 9. Tìm phần thực và phần ảo của mỗi số phức sau

a. $z = (1 + i)^2 - (1 - i)^2$

b. $z = \frac{2-i}{1+i} - \frac{1+i}{i}$

c. $z = \frac{1}{2i}(i^7 - \frac{1}{i^7})$

d. $z = (\frac{1-i}{1+i})^2 + (1-i)^{10}.$

e. $z = (2 - 3i)^2 - 12 + 4i$

g. $z = (\frac{14-i}{4+3i} - 2)^2$

h. $z = (2 - i)^3 + (1 - 3i)^2.$

Bài 10. Tìm số phức z biết

a. $|z| = 2$ và z là số thuần ảo

b. $z^3 = 18 + 16i.$

c. $(z + \bar{z})(1+i) + (z - \bar{z})(2+3i) = 4 - i$

d. $z(1 - 2i) = (3 + 4i)(2 - i)^2$

e. z có mô đun nhỏ nhất và thỏa mãn $|z - i| = |z - 1 + 2i|.$

Bài 11. Giải các phương trình trong tập số phức

a. $x^2 - x + 2 = 0$

b. $x^2 - 6x + 29 = 0$

c. $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$

d. $(4 - 5i)z = 2 + i$

e. $\frac{3+5i}{z} = 2 - 4i$

f. $z^2 + |z| = 0$

g. $z^2 + (3 + 2i)z = 7 - 17i$

h. $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$

i. $z^2 = 2i.$

j. $z^4 - 5z^2 - 6 = 0$

k. $z^4 + 4 = 0$

l. $z^2 + 2(1 + i)z + 2i = 0$

Bài 12. Tìm tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện sau:

a. $|z + 1| < 1$

b. $1 < |z - i| < 2$

c. $2|i - \bar{z}| = |2z - 1|$

d. $|z - i + 1| = 2$

e. $|z + i| = |z - 2 - i|$

Bài 13. Xác định số phức z thỏa mãn: $z \cdot \bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 13 + 18i.$

Bài 14. Tìm số phức liên hợp của $z = \frac{2 - 3i}{4 + 3i}$

Bài 15. Cho số phức $z = \frac{1 - i}{1 + i}$. Tính $|4z^{2016} + 3i|.$

Bài 16. Giải phương trình sau $z^4 - z^2 - 12 = 0$ trên tập số phức.

Bài 17. Cho hàm số $y = x^3 - 3x.$

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b. Tìm m để phương trình $x^3 - 3x + m - 1 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

c. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục Ox.

Bài 18. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi: $y = e^{2x}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$

Bài 19. Xác định phần thực, phần ảo của số phức: $z = (7 - 3i)^2 - (2 - i)^2$

Bài 20. Tìm số phức z, biết $|z|^2 = 20$ và phần ảo của z bằng hai lần phần thực của nó.

PHẦN HÌNH HỌC

Bài 21. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm A(1; 3; 7), B(-5; 2; 0), C(0; -1; -1).

a. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

b. Tính chu vi của tam giác ABC

c. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành.

d. Xác định điểm M sao cho $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GM}$

Bài 22. Viết phương trình mặt cầu biết

a. mặt cầu có tâm I(2; 1; -1) và bán kính R = 4.

b. mặt cầu đi qua điểm A(2; 1; -3) và tâm I(3; -2; -1).

c. đường kính là AB với A(-1; 2; 3), B(3; 2; -7)

d. mặt cầu ngoại tiếp tứ diện OABC với O(0; 0; 0), A(2; 2; 3), B(1; 2; -4), C(1; -3; -1)

Bài 23. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho bốn điểm A(3; -2; -2), B(3; 2; 0), C(0; 2; 1), D(-1; 1; 2)

a. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

b. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AC.

c. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa AB và (P) song song với CD.

Bài 24. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x + y - z - 6 = 0$

a. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua gốc tọa độ O và song song với (P).

b. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (P).

Bài 25. Lập phương trình tham số và chính tắc của đường thẳng (d) trong các trường hợp sau

a. (d) đi qua điểm M(1; 0; 1); nhận $\vec{u} = (0; 2; 1)$ làm vector chỉ phương

b. (d) đi qua 2 điểm A(1; 0; -1) và B(2; -1; 3)

c. (d) đi qua A(2; -1; 3) và vuông góc mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - z + 1 = 0$

Bài 26. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng có phương trình $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$

và $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{3}$

a. Chứng minh rằng hai đường thẳng đó cắt nhau. Xác định tọa độ giao điểm của nó.

b. Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) chứa cả (d_1) và (d_2) .

Bài 27. Trong không gian Oxyz cho A(3; -1; 0), B(0; -7; 3), C(-2; 1; -1), D(3; 2; 6).

a. Viết phương trình mặt phẳng (ABC). Suy ra ABCD là một tứ diện.

b. Viết phương trình đường thẳng (d) qua D vuông góc với mặt phẳng (ABC).

c. Tìm tọa độ điểm D' đối xứng D qua mặt phẳng (ABC).

d. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm D và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC).

Bài 28. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + 2y + 2z + 18 = 0$ và mặt cầu (S): $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 36$.

a. Xác định tọa độ tâm T và bán kính mặt cầu (S). Tính khoảng cách từ T đến mặt phẳng (P).

b. Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua T và vuông góc với (P). Tìm tọa độ giao điểm của d và (P).

Bài 29. Cho mặt phẳng (P): $2x - 3y - 6z + 6 = 0$ và đường thẳng d: $\frac{x+7}{3} = \frac{y-13}{-9} = \frac{z-1}{-2}$

a. Tìm điểm M thuộc d có hoành độ $x = 3$.

b. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm M và tiếp xúc với (P).

c. Viết phương trình mặt cầu (S') có tâm M và cắt (P) theo đường tròn (C) có bán kính đường tròn là $r = 5$

Bài 30. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1) và đường thẳng

d: $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{3}$

a. Chứng minh rằng bốn điểm O, A, B, C không đồng phẳng. Viết phương trình mặt cầu đi qua 4 điểm đó.

b. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua trọng tâm của tam giác ABC và song song với d.

c. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm A, B, C. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và d.

Bài 31. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (d): $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z+3}{2}$ và mặt phẳng (P):

$2x + y - z - 5 = 0$

a. Tìm tọa độ điểm A là giao điểm của (d) và (P).

b. Viết phương trình đường thẳng (Δ) đi qua A, nằm trong (P) và vuông góc với (d).

Bài 32. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x - 2y + z + 3 = 0$ và đường thẳng (d):

$\frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{2}$

a. Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng (d) và vuông góc với mặt phẳng (P).

b. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A(-3; -1; -1) và tiếp xúc với mặt phẳng (P).

c. Tìm tọa độ điểm M nằm trên đường thẳng (d) sao cho điểm M cách (P) một đoạn bằng 2.

Bài 33. Trong không gian Oxyz, cho các điểm A(2; -1; 1), B(0; 2; -3), C(-1; 2; 0).

a. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

b. Viết phương trình đường thẳng BC.

c. Viết phương trình mặt cầu (S) có đường kính là AB.

Bài 34. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm A(2; 1; 1), B(0; -1; 3) và hai mặt phẳng $(\alpha): 3x - 2y - 11 = 0$, $(\beta): y + 3z - 8 = 0$.

- a. Viết phương trình mặt phẳng (γ) vuông góc với AB tại trung điểm I của AB. Tìm tọa độ điểm chung của ba mặt phẳng (α), (β), (γ).
 - b. Viết phương trình đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β).
 - c. Viết phương trình hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (Q): $x + y - z + 1 = 0$.
- Bài 35.** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm A(-1; 0; 2), B(1; 1; 1), C(0; 1; 2), mặt phẳng (α): $4x + 3y - 12z + 1 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$.
- a. Viết phương trình mặt phẳng (β) // (α) và (β) tiếp xúc với (S).
 - b. Viết phương trình mặt phẳng đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (α).
 - c. Viết phương trình mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng (α) và đi qua ba điểm A, B, C.

ĐỀ SỐ 1

Câu 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$.

- a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- b. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục Ox, trục Oy và đường thẳng $x = 2$.

Câu 2. (3,0 điểm)

a. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x} - e^x$.

2. Tính các tích phân sau:

a. $I = \int_0^1 (x+1)e^x dx$ b. $J = \int_0^{\pi/4} (1 + \cos 2x)\sqrt{1 - \sin 2x} dx$

Câu 3. (1,0 điểm) Giải bất phương trình $e^{2x} - 3e^x + 2 \leq 0$

Câu 4. (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt cầu (S) tiếp xúc với đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ tại điểm A(1; y_0 ; z_0) và có tâm I thuộc đường thẳng $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{3}$

Câu 5. (2,0 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(1; -2; -1) và mặt phẳng (P): $2x - y - z + 1 = 0$.

- a. Hãy tìm tọa độ của hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P).
- b. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, vuông góc với (P) và song song với trục Oz.

Câu 6. (1,0 điểm) Trên mặt phẳng phức, tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 2 - i| \leq 3$.

ĐỀ SỐ 2

Câu 1. (2,0 điểm)

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$

b. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và các trục tọa độ.

Câu 2. (2,0 điểm)

a. Giải phương trình sau: $\log_4 x^2 - \log_4 (x - 3) = 2$

b. Giải bất phương trình sau: $3^{x+1} + 2 \cdot 3^{-x} - 7 < 0$.

Câu 3. (1,0 điểm) Tích tích phân $I = \int_1^e \frac{1 + \ln^2 x}{x} dx$

Câu 4. (1,0 điểm) Cho hình hộp chữ nhật ABCD.A'B'C'D' có AB = a; BC = b; CC' = c. Tính khoảng cách giữa BC' và CD'.

Câu 5. (3,0 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm M(1; 1; 0) và mặt phẳng (α): $x + y - 2z + 3 = 0$.

- a. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm là M và tiếp xúc với mặt phẳng (α).
- b. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α).

c. Tìm tọa độ của điểm N đối xứng với M qua mặt phẳng (α).

Câu 6. (1,0 điểm) Tìm phần thực, phần ảo và tính mô đun của số phức z thỏa mãn $(3 + 5i) = z(2 - 4i)$.