ĐỀ THI THỬ SỐ 20

BÀI 1 :(2,0 điểm) Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C).

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có tung độ bằng 3.

BÀI 2 :(0,5 điểm) Giải phương trình: $\cos 4x + 2.\cos 5x.\cos 3x - \cos 8x = 0$

BÀI 3 :(1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 \dfrac{2x(\sqrt{x^2+1}+1)}{\sqrt{x^2+1}}.dx$.

BÀI 4 :(1,0 điểm) Cho lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, BA= $a\sqrt{2}$, cạnh bên AA'= 2a, tam giác B'AC là tam giác đều. Tính thể tích khối lăng trụ ABC.A'B'C' và tính cosin góc giữa hai mặt phẳng (AB'C) , (BB'A'A).

BÀI 5 :(1,0 điểm) Trong không gian với hệ trục Oxyz cho các điểm A(3;1;1) và mặt phẳng (P) có phương trình $2x - 2y + z = 0$.

1) Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và vuông góc với (P).

2) Viết phương trình mặt cầu tâm A, cắt (P) theo một đường tròn có bán kính bằng 1

BÀI 6 :(1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ với hệ trục Oxy cho hình chữ nhật ABCD có AD =2AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD và BC , K là điểm đối xứng của N qua M. Biết K(3;-2) và phương trình đường chéo AC : x – 7y + 13 = 0. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết đỉnh A có hoành độ bé hơn 2.

BÀI 7 : (1,0 điểm)

a) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 - i)z + (2 + i)\overline{z} = 4 + i$. Tính modun của số phức z.

b) Giải bất phương trình: $\dfrac{3}{4}\log_2 \sqrt[3]{x} - 2\log_4 \sqrt{x} > 1$

BÀI 8 :(1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + 2y^2 + x + y = 6 + 3xy \\ x^3 - 2x^2 + y + \sqrt{2x-3} = \sqrt[4]{1-2y} \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$

BÀI 9 :(0,5 điểm) Cuối năm học, số học sinh giỏi của lớp 12A, 12B, 12C của trường Quảng Xương III lần lượt là 7, 4, 5. Trong số đó chọn ra 4 học sinh để giao lưu với trường Quảng Xương I. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có đủ ở ba lớp

BÀI 10:(1,0 điểm) Cho các số thực không âm x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = 3(x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 + xy + yz + zx) + 2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

ĐÁP ÁN ĐỀ 20

BÀI 1 a) y = $\dfrac{x+1}{x-1}$; $y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2}$

1.b Gọi M(x$_0$; $\dfrac{x_0+1}{x_0-1}$) là tiếp điểm ($x_0 \neq 1$) , do M có tung độ bằng 3 nên $\dfrac{x_0+1}{x_0-1} = 3 \Rightarrow x_0 = 2 \Rightarrow M(2;3)$

Ta có : $y'_{(2)} = \dfrac{-2}{(2-1)^2} = -2$. Phương trình tiếp tuyến tại M là : y = -2(x – 2) + 3 hay **y = -2x + 7**

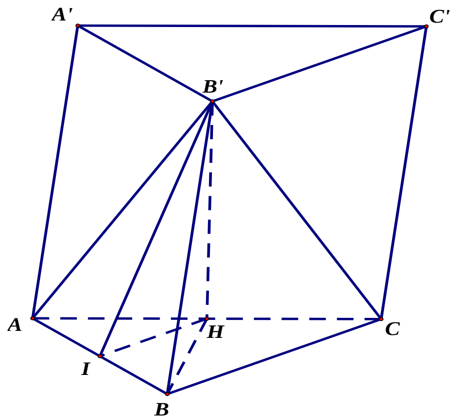
BÀI 2 : $Pt \Leftrightarrow \cos 4x + 2.\dfrac{1}{2}(\cos 8x + \cos 2x) - \cos 8x = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 2x + \cos 2x - 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = -1 \\ \cos 2x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \pi + k2\pi \\ 2x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{array}\right.$$

BÀI 3 $I = \int_0^1 \dfrac{2x(\sqrt{x^2+1}+1)}{\sqrt{x^2+1}}.dx = \int_0^1 (2x + \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}).dx = \int_0^1 2x.dx + \int_0^1 \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}.dx = J_1 + J_2$

- Tính $J_1 = \int_0^1 2x.dx = x^2\Big|_0^1 = 1$
- Tính $J_2 = \int_0^1 \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}.dx$. Đặt $\sqrt{x^2+1} = t \Rightarrow x^2 = t^2 \Rightarrow dx^2 = dt^2 \Rightarrow 2x.dx = 2t.dt;$ $\quad x\Big|_0^1 \Rightarrow t\Big|_1^{\sqrt{2}}$

$J_2 = \int_1^{\sqrt{2}} \dfrac{t.dt}{t} = \int_1^{\sqrt{2}} dt = t\Big|_1^{\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1$. Vậy I = $\sqrt{2}$



BÀI 4: Kẻ B'H ⊥ (ABC), vì B'A=B'B=B'C và tam giác ABC vuông tại B nên H là trung điểm AC và B'H=a $\sqrt{3}$

Diện tích tam giác ABC : S$_{ABC}$= a^2 nên V=a^3 $\sqrt{3}$

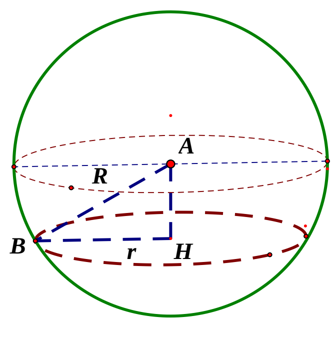
S$_{AHB'}$= $\dfrac{B'H.AH}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Gọi I là trung điểm AB ta có

B'I^2= $4a^2 - \dfrac{a^2}{2} = \dfrac{7a^2}{2}$

Do đó diện tích tam giác ABB', S$_{ABB'}$= $\dfrac{AB.B'I}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{7}}{2}$

Vì BH ⊥ (B'AC) nên tam giác B'AB có hình chiếu xuống (B'AC) là tam giác B'AH. Do đó

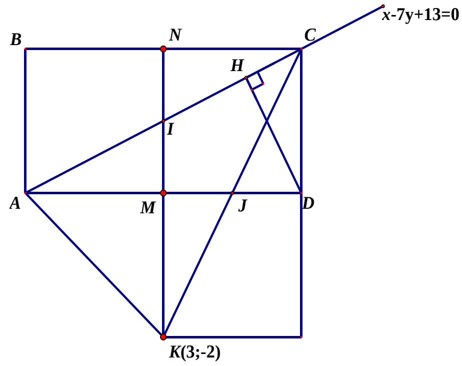
cos φ = $\dfrac{S_{B'AH}}{S_{ABH}} = \dfrac{\sqrt{21}}{7}$ với φ là góc giữa (AA'B'B) và (B'AC) (Các *em chú ý đây là công thức hình chiếu nhé. Ngoài ra chúng ta có thể dựng trực tiếp góc giữa 2 mặt phẳng là* $\widehat{HKB}$ *với KB'=3KA)*



BÀI 5 1) Phương trình d: $\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{-2} = \dfrac{z-1}{1}$

2) Ta có $AH = d\left(A;(P)\right) = \dfrac{|2.3-2.1+1|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}} = \dfrac{5}{3}$

$\Rightarrow R^2 = AH^2 + r^2 = \dfrac{25}{9} + 1 = \dfrac{34}{9} \Rightarrow S(A;R):(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2 = \dfrac{34}{9}$



BÀI 6 : Tam giác KAC cân tại C có KI, AJ là trung tuyến nên M là trọng tâm . Tam giác ACD có đường trung bình MI. Do đó

d(D;AC)=2d(M;AC)=$\dfrac{2}{3}d(K;AC) = \dfrac{2}{3}.\dfrac{|3-7(-2)+13|}{\sqrt{1^2+(-7)^2}}$ =2$\sqrt{2}$

Gọi AB=a , AD=2a ta có d(D;AC) = DH mà

$\dfrac{1}{DH^2} = \dfrac{1}{DA^2} + \dfrac{1}{DC^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{4a^2} = \dfrac{5}{4a^2} \Rightarrow DH = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$

$\Rightarrow \dfrac{2a}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow a = \sqrt{10}$

. Suy ra AK= $2\sqrt{5}$. Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-7y+13=0 \\ (x-3)^2+(y+2)^2=20 \end{cases}$. Tính ra $\left[\begin{array}{l} A(1;2) \\ A(\frac{19}{5};\frac{12}{5}) \end{array}\right.$. Ta chỉ nhận A(1;2).

Vì tam giác KAC cân tại C nên C thuộc trung trực của AK. Tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-7y+13=0 \\ x-2y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$.

Do đó C(8;3) và M là trọng tâm tam giác KAC nên M(4;1). M là trung điểm AD nên D(7;0) . Suy ra B(2;5).

Kết luận : A(1;2); B(2;5);C(8;3); D(7;0)

BÀI 7 : a) Giả sử z = a + bi (a,b $\in R$). Theo bài toán, ta có (1 – i)(a + bi) + (2 + i)(a – bi) = 4 + i

$\Leftrightarrow$ a + bi – ai + b + 2a – 2bi + ai + b = 4 + i $\Leftrightarrow$ (3a + 2b) – bi = 4 + i $\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b=4 \\ b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$

Vậy z = 2 – i $\Rightarrow |z| = \sqrt{2^2+(-1)^2} = \sqrt{5}$

b) (Đk: x>0) $\Leftrightarrow \dfrac{1}{4}\log_2 x - \log_4 x > 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{4}\log_2 x - \dfrac{1}{2}\log_2 x > 1 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}\log_2 x > 1 \Leftrightarrow \log_2 x < -4 \Leftrightarrow 0 < x < \dfrac{1}{16}$

BÀI 8: Điều kiện $x \ge \dfrac{3}{2}$ và $y \le \dfrac{1}{2}$

(1) viết lại là x^2 +(1-3y)x + 2y^2 +y-6 = 0. Do đó $\left[\begin{array}{l} x = y+2 \\ x = 2y-3 \end{array}\right.$.

Vì điều kiện nên ta loại x = 2y -3. Thay y = x-2 vào (2) ta được phương trình

$x^3 - 2x^2 + x - 2 + \sqrt{2x-3} - \sqrt[4]{5-2x} = 0$ (3)

Xét h/s f(x) = $x^3 - 2x^2 + x - 2 + \sqrt{2x-3} - \sqrt[4]{5-2x} = 0$ với $x \in \left[\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2}\right]$ ta có

$f'(x) = 3x^2 - 4x + 1 + \dfrac{1}{\sqrt{2x-3}} + \dfrac{1}{2\sqrt[4]{(5-2x)^3}}$ >0 với $x \in \left[\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2}\right]$ nên f(x) đồng biến

Nhận thấy x =2 là nghiệm của (3). Do đó x = 2 là nghiệm duy nhất. Vậy hệ có nghiệm (x ;y)=(2 ;0)

BÀI 9: Không gian mẫu có C_{16}^4 cách chọn 4 học sinh trong tổng số 16 học sinh. Có 3 trường hợp thỏa mãn bài toán :

TH1 : 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 1 học sinh lớp 12C, khi đó có $C_7^2.C_4^1.C_5^1$ cách

TH2 : 1 học sinh lớp 12A, 2 học sinh lớp 12B, 1 học sinh lớp 12C, khi đó có $C_7^1.C_4^2.C_5^1$ cách

TH3 : 1 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 2 học sinh lớp 12C, khi đó có $C_7^1.C_4^1.C_5^2$ cách

Vậy xác suất là $P = \dfrac{C_7^2.C_4^1.C_5^1 + C_7^1.C_4^2.C_5^1 + C_7^1.C_4^1.C_5^2}{C_{16}^4}$

BÀI 10 : Đặt t = xy+yz+zx ta có $0 \le t \le \dfrac{(x+y+z)^2}{3} = \dfrac{1}{3}$. Khi đó

$x^2 + y^2 + z^2 = (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx) = 1 - 2t$

$3(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2) \ge (xy+yz+zx)^2 = t^2$

P ≥ $3t^2 + 3t + 2\sqrt{1-2t}$. Xét hàm số $f(t) = 3t^2 + 3t + 2\sqrt{1-2t}$ với $0 \le t \le \dfrac{1}{3}$.

Ta có $f'(t) = 2t + 3 - \dfrac{2}{\sqrt{1-2t}}$ và $f''(t) = 2 - \dfrac{2}{\sqrt{(1-2t)^3}} < 0$ với $0 \le t \le \dfrac{1}{3}$

Do đó f'(t) nghịch biến trên $\left[0; \dfrac{1}{3}\right]$ nên $f'(t) \ge f'\left(\dfrac{1}{3}\right) > 0$.

Suy ra f(t) đồng biến : f(t) ≥ f(0)=2.

Do đó $P_{min} = 2 \Leftrightarrow (x;y;z) \in \{(0;0;1);(0;1;0);(1;0;0)\}$