ĐỀ TỰ LUYỆN THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2014- 2015
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút

Câu 1 (*2,0 điểm*). Cho hàm số $y=-x^3+3mx+1$ (1).
a*) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m=1$.
b*) Tìm m để đồ thị của hàm số (1) có 2 điểm cực trị A,B sao cho tam giác OAB vuông tại O (với O là gốc tọa độ).

Câu 2 (*1,0 điểm*).
a*) Giải phương trình $\sin 2x+1=6\sin x+\cos 2x$.
b*) Tìm số phức z biết $iz+(2-i)\bar{z}=3i-1$.

Câu 3* (*0,5 điểm*). Giải phương trình $5^{2x+1}-6.5^x+1=0$.

Câu 4* (*1,0 điểm*). Tính tích phân $I=\int_1^2 \frac{x^3-2\ln x}{x^2}dx$.

Câu 5 (*1,0 điểm*). Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+3\sqrt{xy+x-y^2-y}=5y+4 \\ \sqrt{4y^2-x-2}+\sqrt{y-1}=x-1 \end{cases}$

Câu 6 (*1,0 điểm*). Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB=AC=a$, I là trung điểm của SC, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60°. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a.

Câu 7 (*1,0 điểm*). Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho tam giác ABC có $A(1;4)$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt BC tại D, đường phân giác trong của ADB có phương trình $x-y+2=0$, điểm $M(-4;1)$ thuộc cạnh AC. Viết phương trình đường thẳng AB.

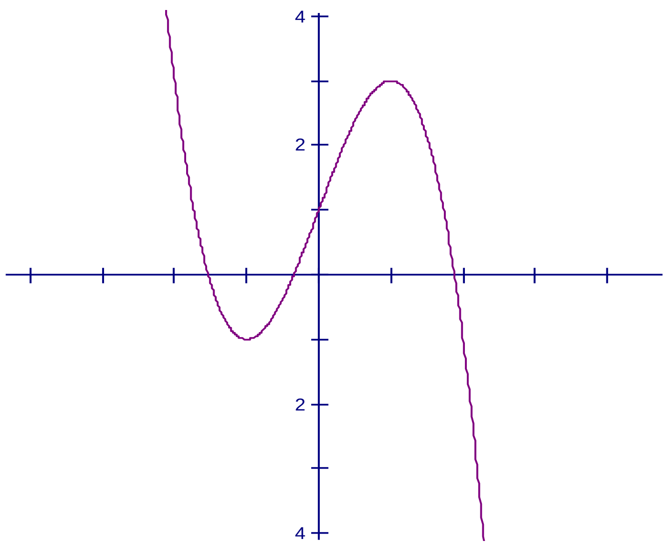
Câu 8* (*1,0 điểm*). Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4;1;3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+3}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho $AB=\sqrt{27}$.

Câu 9 (*0,5 điểm*). b) Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật . Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

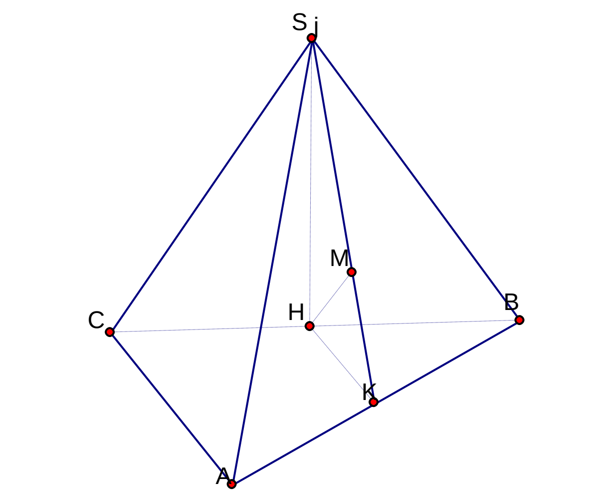
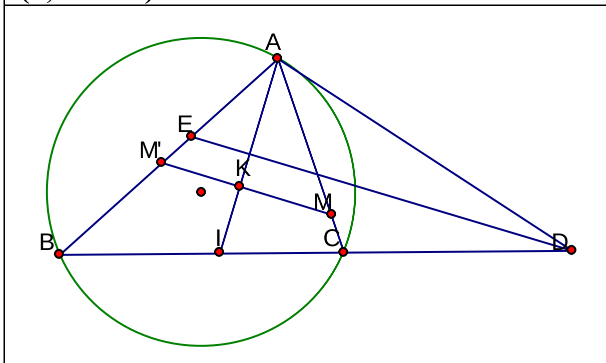
Câu 10 *(1,0 điểm).* Cho a,b,c là các số dương và $a+b+c=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P=\frac{bc}{\sqrt{3a+bc}}+\frac{ca}{\sqrt{3b+ca}}+\frac{ab}{\sqrt{3c+ab}}$

.......Hết..........

Câu	Nội dung	Điểm

<table>
<tr><td rowspan="9">1</td><td colspan="2">a.(1,0 điểm)</td></tr>
<tr><td>Voứi m=1 hàm số trở thành : $y=-x^3+3x+1$
TXĐ: $D=R$
$y'=-3x^2+3,\ y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, đồng biến trên khoảng $(-1;1)$
Hàm số đạt cực đại tại $x=1$, $y_{CD}=3$, đạt cực tiểu tại $x=-1$, $y_{CT}=-1$
$\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>* Bảng biến thiên
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>-1</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y’</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>–</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>↘</td><td>-1</td><td>↗</td><td>3</td><td>↘</td><td>$-\infty$</td></tr>
</table></td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Đồ thị:

</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td colspan="2">b.(1,0 điểm)</td></tr>
<tr><td>$y'=-3x^2+3m=-3(x^2-m)$
$y'=0 \Leftrightarrow x^2-m=0(*)$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Đồ thị hàm số (1) có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ PT (*) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>0(**)$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Khi đó 2 điểm cực trị $A\left(-\sqrt{m};1-2m\sqrt{m}\right)$, $B\left(\sqrt{m};1+2m\sqrt{m}\right)$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td></td><td>Tam giác OAB vuông tại O $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Leftrightarrow 4m^3+m-1=0 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$ (TM (**))
Vậy $m=\frac{1}{2}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2.</td><td>(1,0 điểm)</td><td></td></tr>
<tr><td>a) $\sin 2x+1=6\sin x+\cos 2x \Leftrightarrow \quad (\sin 2x-6\sin x)+(1-\cos 2x)=0$</td><td></td></tr>
</table>

	$\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x-3)+2\sin^2 x=0 \Leftrightarrow 2\sin x(\cos x-3+\sin x)=0$	**0. 25**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x+\cos x=3(Vn)\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow x=k\pi$. Vậy nghiệm của PT là $x=k\pi, k\in Z$	**0. 25**
	b) Tìm số phức z biết $iz+(2-i)\overline{z}=3i-1$. Giả sử z=a+bi(a,b∈R) ta có i(a+bi)+(2-i)(a-bi)=3i-1 2a-2b=-1 và -2b=3 => a=-2 và b=-3/2	**0.25** **0.25**
3	**(1,0 điểm)**	
	$I=\int_1^2 xdx-2\int_1^2\frac{\ln x}{x^2}dx=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_1^2-2\int_1^2\frac{\ln x}{x^2}dx=\frac{3}{2}-2\int_1^2\frac{\ln x}{x^2}dx$	**0.25**
	Tính $J=\int_1^2\frac{\ln x}{x^2}dx$ Đặt $u=\ln x, dv=\frac{1}{x^2}dx$. Khi đó $du=\frac{1}{x}dx, v=-\frac{1}{x}$ Do đó $J=-\left.\frac{1}{x}\ln x\right\|_1^2+\int_1^2\frac{1}{x^2}dx$	**0.25**
	$J=-\frac{1}{2}\ln 2-\left.\frac{1}{x}\right\|_1^2=-\frac{1}{2}\ln 2+\frac{1}{2}$	**0.25**
	Vậy $I=\frac{1}{2}+\ln 2$	**0.25**
4.	**(0,5 điểm)**	
	$5^{2x+1}-6.5^x+1=0 \Leftrightarrow 5.5^{2x}-6.5^x+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5^x=1\\ 5^x=\frac{1}{5}\end{array}\right.$	**0.25**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\end{array}\right.$ Vậy nghiệm của PT là $x=0$ và $x=-1$	**0.25**
5.	**(1,0 điểm)**	
	Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d}=(-2;1;3)$ Vì $(P)\perp d$ nên (P) nhận $\overrightarrow{u_d}=(-2;1;3)$ làm VTPT	**0.25**
	Vậy PT mặt phẳng (P) là : $-2(x+4)+1(y-1)+3(z-3)=0$ $\Leftrightarrow -2x+y+3z-18=0$	**0.25**
	Vì $B\in d$ nên $B(-1-2t;1+t;-3+3t)$ $AB=\sqrt{27} \Leftrightarrow AB^2=27 \Leftrightarrow (3-2t)^2+t^2+(-6+3t)^2=27 \Leftrightarrow 7t^2-24t+9=0$	**0.25**

	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=\dfrac{3}{7} \end{array}\right.$ Vậy $B(-7;4;6)$ hoặc $B\left(-\dfrac{13}{7};\dfrac{10}{7};-\dfrac{12}{7}\right)$	0.25
6.	**(1,0 điểm)**	
	 Gọi K là trung điểm của AB $\Rightarrow HK \perp AB\,(1)$ Vì $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp AB\,(2)$ Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow AB \perp SK$ Do đó góc giữa (SAB) với đáy bằng góc giữa SK và HK và bằng $SKH = 60^\circ$ Ta có $SH = HK \tan SKH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$	0.25
	Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}S_{ABC}.SH = \dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}AB.AC.SH = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$	0.25
	Vì $IH // SB$ nên $IH // (SAB)$. Do đó $d\left(I,(SAB)\right) = d\left(H,(SAB)\right)$ Từ H kẻ $HM \perp SK$ tại M $\Rightarrow HM \perp (SAB) \Rightarrow d\left(H,(SAB)\right) = HM$	0.25
	Ta có $\dfrac{1}{HM^2} = \dfrac{1}{HK^2} + \dfrac{1}{SH^2} = \dfrac{16}{3a^2} \Rightarrow HM = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $d\left(I,(SAB)\right) = \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$	0,25
7.	**(1,0 điểm)**	
	 Gọi AI là phan giác trong của BAC Ta có : $AID = ABC + BAI$ $IAD = CAD + CAI$ Mà $BAI = CAI$, $ABC = CAD$ nên $AID = IAD$ $\Rightarrow \Delta DAI$ cân tại D $\Rightarrow DE \perp AI$	0,25
	PT đường thẳng AI là : $x+y-5=0$	0,25
	Goị M' là điểm đối xứng của M qua AI $\Rightarrow$ PT đường thẳng MM' : $x-y+5=0$ Gọi $K = AI \cap MM'$ $\Rightarrow$K(0;5) $\Rightarrow$M'(4;9)	0,25
	VTCP của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AM'} = (3;5)$ $\Rightarrow$VTPT của đường thẳng AB là $\vec{n} = (5;-3)$ Vậy PT đường thẳng AB là: $5(x-1)-3(y-4)=0 \Leftrightarrow 5x-3y+7=0$	0,25

8.	**(1,0 điểm).** $\begin{cases} x+3\sqrt{xy+x-y^2-y}=5y+4(1) \\ \sqrt{4y^2-x-2}+\sqrt{y-1}=x-1(2) \end{cases}$	
	Đk: $\begin{cases} xy+x-y^2-y\geq 0 \\ 4y^2-x-2\geq 0 \\ y-1\geq 0 \end{cases}$ Ta có (1) $\Leftrightarrow x-y+3\sqrt{(x-y)(y+1)}-4(y+1)=0$ Đặt $u=\sqrt{x-y}, v=\sqrt{y+1}$ $(u\geq 0, v\geq 0)$ Khi đó (1) trở thành : $u^2+3uv-4v^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=v \\ u=-4v(vn) \end{array}\right.$	**0.25**
	Với $u=v$ ta có $x=2y+1$, thay vào (2) ta được : $\sqrt{4y^2-2y-3}+\sqrt{y-1}=2y$ $\Leftrightarrow \sqrt{4y^2-2y-3}-(2y-1)+\left(\sqrt{y-1}-1\right)=0$	**0.25**
	$\frac{2(y-2)}{\sqrt{4y^2-2y-3}+2y-1}+\frac{y-2}{\sqrt{y-1}+1}=0 \Leftrightarrow (y-2)\left(\frac{2}{\sqrt{4y^2-2y-3}+2y-1}+\frac{1}{\sqrt{y-1}+1}\right)=0$	**0.25**
	$\Leftrightarrow y=2$(vì $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{4y^2-2y-3}+2y-1}+\frac{1}{\sqrt{y-1}+1}>0\forall y\geq 1$) Với $y=2$ thì $x=5$. Đối chiếu Đk ta được nghiệm của hệ PT là $(5;2)$	**0.25**
9	$n(\Omega)=C_{11}^3=165$	**0.25**
	Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2.C_6^1+C_5^1.C_6^2=135$ Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\frac{135}{165}=\frac{9}{11}$	**0.25**
10	**(1,0 điểm) .**	
	Vì a + b + c = 3 ta có $\frac{bc}{\sqrt{3a+bc}}=\frac{bc}{\sqrt{a(a+b+c)+bc}}=\frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}\leq\frac{bc}{2}\left(\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}\right)$ Vì theo BĐT Cô-Si: $\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a+c}\geq\frac{2}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}$, dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow$ b = c	**0,25**
	Tương tự $\frac{ca}{\sqrt{3b+ca}}\leq\frac{ca}{2}\left(\frac{1}{b+a}+\frac{1}{b+c}\right)$ và $\frac{ab}{\sqrt{3c+ab}}\leq\frac{ab}{2}\left(\frac{1}{c+a}+\frac{1}{c+b}\right)$	**0,25**
	Suy ra P $\leq\frac{bc+ca}{2(a+b)}+\frac{ab+bc}{2(c+a)}+\frac{ab+ca}{2(b+c)}=\frac{a+b+c}{2}=\frac{3}{2}$,	**0,25**
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b = c = 1. Vậy max P = $\frac{3}{2}$ khi a = b = c = 1.	**0,25**