**ĐỀ TỰ LUYỆN THPT QUỐC GIA NĂM HỌC 2014- 2015**

**Môn: TOÁN**

*Thời gian làm bài: 180 phút*

**Câu 1 (2,0 điểm).** Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-3}$ (C)

a*) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b*) Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của đồ thị (C) bằng 4.

**Câu 2 (1,0 điểm).**

a*) Giải phương trình: $2(\cos x + \sin 2x) = 1 + 4\sin x(1 + \cos 2x)$

b*) Giải phương trình:. $\left(\sqrt{5}+1\right)^x + \left(\sqrt{5}-1\right)^x = 2^{x+1}$

**Câu 3* (1,0 điểm).** Tính tích phân $I = \int_1^e \dfrac{1 + x^2 \ln x}{x} dx$

**Câu 4* (1,0 điểm).**

a) Tìm phần thực và phần ảo của số phức z biết: $\bar{z} + 2z = 3 - 2i$

b) Một đội ngũ cán bộ khoa học gồm 8 nhà toán học nam , 5 nhà vật lý nữ và 3 nhà hóa học nữ. Chọn ra từ đó 4 người, tính xác suất trong 4 người được chọn phải có nữ và có đủ ba bộ môn.

**Câu 5 (1,0 điểm).** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 2a, mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy, tam giác SAB cân tại S và SC tạo với đáy một góc $60^0$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA theo a.

**Câu 6* (1,0 điểm).** Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A(3;-2;-4)$, song song với mặt phẳng $(P): 3x - 2y - 3z - 7 = 0$ và cắt đường thẳng $(d): \dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y+4}{-2} = \dfrac{z-1}{2}$.

**Câu 7 (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình vuông ABCD, điểm M(5;7) nằm trên cạnh BC. Đường tròn đường kính AM cắt BC tại B và cắt BD tại N(6;2), đỉnh C thuộc đường thẳng d: 2x-y-7=0. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD, biết hoành độ đỉnh C nguyên và hoành độ đỉnh A bé hơn 2.

**Câu 8 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 - 6xy + 5y^2} + \sqrt{2x^2 + 2xy + 13y^2} = 2(x+y) \\ (x+2y)\sqrt{x+2} - 4y^2.\sqrt{y} = 8y^4.\sqrt{y} - 2\sqrt{x+2} \end{cases}.$$

**Câu 9** (**1,0 *điểm***). Cho $a,b,c$ là các số thực dương và $a+b+c=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P=\frac{2}{3+ab+bc+ca}+\sqrt[3]{\frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}}$$

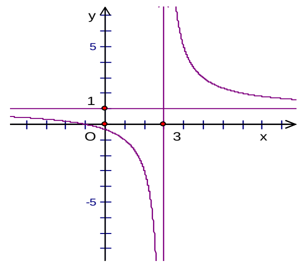
**—— Hết ——**

***Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.***

Họ và tên thí sinh:…….......................……………………; Số báo danh:…………………

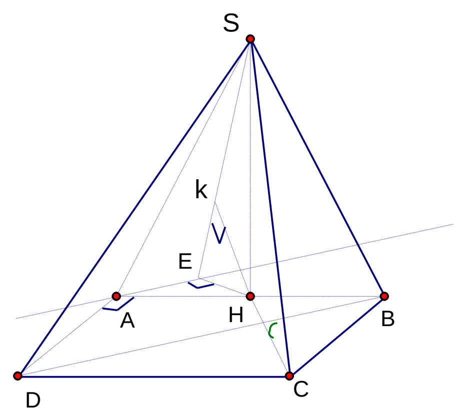
**ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ LẦN 2 KÌ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2015**

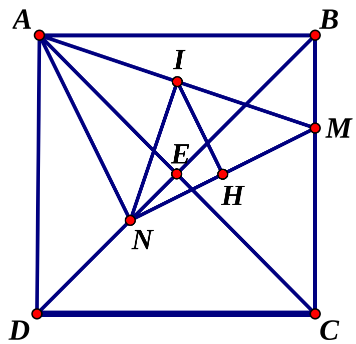
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
|---|---|---|
| **1a** | ***Cho hàm số*** $y=\dfrac{x+1}{x-3}$ ***(C)***<br>***a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.*** | ***1,00*** |
| | • Tập xác định: D=R\{3}<br>• Sự biến thiên: $y'=-\dfrac{4}{(x-3)^2}<0,\forall x\in D.$<br>- Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$. | 0,25 |
| | - Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=1$; tiệm cận ngang: $y=1$.<br>$\lim\limits_{x\to(3)^-} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(3)^+} y=+\infty$; tiệm cận đứng: $x=3$. | 0,25 |
| | -Bảng biến thiên:<br>$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 3 & & +\infty \\ \hline y' & & - & \| & - & \\ \hline y & 1 & \searrow & -\infty \;\|\; +\infty & \searrow & 1 \end{array}$ | 0,25 |

| | | |
|---|---|---|
| | • Đồ thị:   | 0,25 |
| **1b** | ***Tìm điểm M thuộc đồ thị (C) sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của đồ thị (C) bằng 4.*** | **1,00** |
| | Gọi $M\left(x_0;\dfrac{x_0+1}{x_0-3}\right)$, ($x_0 \neq 3$) là điểm cần tìm, ta có:<br>Khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang: y =1 là $d=\dfrac{4}{\lvert x_0-3\rvert}$. | 0,5 |
| | $\dfrac{4}{\lvert x_0-3\rvert}=4 \Leftrightarrow \lvert x_0-3\rvert=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=2 \\ x_0=4 \end{array}\right.$ | 025 |
| | Với $x_0=2$; ta có $M(2;-3)$. Với $x_0=4$; ta có $M(4;5)$<br>Vậy điểm M cần tìm là $M(2;-3)$ và $M(4;5)$. | 0,25 |
| **2a** | ***a) Giải phương trình:*** $2(\cos x+\sin 2x)=1+4\sin x(1+\cos 2x)$ | ***0,5*** |
| | Phương trình đã cho tương đương với: $2\cos x+2\sin 2x=1+4\sin 2x.\cos x$<br>$\Leftrightarrow (1-2\cos x)(2\sin 2x-1)=0$<br>$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=\dfrac{1}{2} \\ \sin 2x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi \\ x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi \end{array}\right. \quad (k\in Z)$<br>**Vậy pt có nghiệm là:** $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$ **;** $x=\dfrac{\pi}{12}+k\pi$ **;** $x=\dfrac{5\pi}{12}+k\pi$ **(**$k\in Z$**)** | 0,25 |

| | | |
|---|---|---|
| | | 0,25 |
| **2b** | a) Giải phương trình:. $\left(\sqrt{5}+1\right)^x+\left(\sqrt{5}-1\right)^x=2^{x+1}$ | **0,5** |
| | $PT\Leftrightarrow\left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x+\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x=2$ <br> Đặt $\left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x=t(t>0)$ ta có phương trình: $t+\dfrac{1}{t}=2\Leftrightarrow t=1$ | 0,25 |
| | Với t=1 $\Rightarrow\left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x=1\Leftrightarrow x=0$ <br> Vậy phương trình có nghiệm x=0 | 0,25 |
| **3** | ***Tính tích phân*** $I=\int_1^e\dfrac{1+x^2\ln x}{x}dx$ | ***1*** |
| | $I=\int_1^e\dfrac{1+x^2\ln x}{x}dx=\int_1^e\dfrac{1}{x}dx+\int_1^e x\ln xdx$ <br> $A=\int_1^e\dfrac{1}{x}dx=\ln\|x\|\Big\|_1^e=1$ <br> $B=\int_1^e x\ln xdx$ $\quad Dat\ \begin{cases}u=\ln x\\dv=xdx\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}du=\dfrac{1}{x}dx\\v=\dfrac{x^2}{2}\end{cases}$ <br> $\Rightarrow B=\dfrac{x^2}{2}.\ln x\Big\|_1^e-\int_1^e\dfrac{x}{2}dx=\dfrac{x^2}{2}.\ln x\Big\|_1^e-\dfrac{x^2}{4}\Big\|_1^e=\dfrac{e^2}{4}+\dfrac{1}{4}$ <br> $\Rightarrow I=\dfrac{e^2}{4}+\dfrac{5}{4}$ | 0,25 <br> 0,25 <br> 0,25 |

| | | |
|---|---|---|
| | | 0,25 |
| ***Câu 4a*** | ***Tìm phần thực và phần ảo của số phức z biết:*** $\bar{z}+2z=3-2i$ | **0,25** |
| | Gọi $\mathbf{z}=\mathbf{a}+\mathbf{bi}\ (\mathbf{a},\ \mathbf{b}\in\mathbf{R})$ => $\bar{\mathbf{z}}=\mathbf{a}-\mathbf{bi}$<br>Ta có : 3a + bi = 3-2i | 0,25 |
| | Suy ra : a=1 và b = -2 | |
| | Vậy phần thực là 1 và phần ảo là -2 | 0,25 |
| **4b** | ***Một đội ngũ cán bộ khoa học gồm 8 nhà toán học nam , 5 nhà vật lý nữ và 3 nhà hóa học nữ. Chọn ra từ đó 4 người, tính xác suất trong 4 người được chọn phải có nữ và có đủ ba bộ môn.*** | **0,5** |
| | Ta có : $\lvert\Omega\rvert=C_{16}^4=1820$<br>Gọi A: "2nam toán ,1 lý nữ, 1 hóa nữ"<br>B: "1 nam toán , 2 lý nữ , 1 hóa nữ"<br>C: "1 nam toán , 1 lý nữ , 2 hóa nữ "<br>Thì H= $A\cup B\cup C$ : "Có nữ và đủ ba bộ môn" | 0,25 |
| | $P(H)=\dfrac{C_8^2C_5^1C_3^1+C_8^1C_5^2C_3^1+C_8^1C_5^1C_3^2}{\lvert\Omega\rvert}=\dfrac{3}{7}$ | 0,25 |
| **5** | ***Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 2a, mặt phẳng (SAB) vuông góc với đáy, tam giác SAB cân tại S và SC tạo với đáy một góc $60^0$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA theo a.*** | ***1,00*** |
| | Gọi H là trung điểm AB. Do SAB cân tại S,suy ra SH $\perp$ AB, mặt khác (SAB) $\perp$ (ABCD)<br>nên SH $\perp$ (ABCD) và $\angle SCH=60^0$. | |
| | Ta có $SH=CH.\tan 60^0=\sqrt{CB^2+BH^2}.\tan 60^0=a\sqrt{15}.$ | 0,25 |
| | $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}a\sqrt{15}.4a^2=\dfrac{4\sqrt{15}}{3}a^3.$ | 0,25 |
| | Qua A vẽ đường thẳng $\Delta$ song song với BD. Gọi E là hình chiếu vuông góc của H lên $\Delta$ và K là hình chiếu của H lên SE, khi đó $\Delta\perp$ (SHE) $\Rightarrow\Delta\perp$ HK suy ra HK $\perp$ (S, $\Delta$ ). | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| |  | Mặt khác, do BD//(S, $\Delta$ ) nên ta có<br>$d\left(BD,SA\right)=d\left(BD,\left(S,d\right)\right)$<br>$=d\left(B,\left(S,\Delta\right)\right)=2d(H,(S.\Delta))=2HK$ | 0,25 |
| | | Ta có $\angle EAH=\angle DBA=45^0$ nên tam giác EAH vuông cân tại E, suy ra $HE=\dfrac{AH}{\sqrt{2}}=\dfrac{a}{\sqrt{2}}$ | |
| | | $\Rightarrow HK=\dfrac{HE.HS}{\sqrt{HE^2+HS^2}}=\dfrac{\dfrac{a}{\sqrt{2}}.a\sqrt{15}}{\sqrt{\left(\dfrac{a}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(a\sqrt{15}\right)^2}}=\sqrt{\dfrac{15}{31}}a.$<br>Vậy $d\left(BD,SA\right)=2\sqrt{\dfrac{15}{31}}a.$ | 0,25 |
| **6** | ***Viết phương trình đường thẳng $\Delta$ đi qua $A\left(3;-2;-4\right)$, song song với mặt phẳng $\left(P\right):3x-2y-3z-7=0$ và cắt đường thẳng $\left(d\right):\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$.*** | | ***1,00*** |
| | Ta có $\overrightarrow{n_P}\left(3;-2;-3\right)$. Giả sử B(2 + 3t ; –4 – 2t ; 1 + 2t) là giao điểm của $\Delta$ và $d$ . | | 0,25 |
| | Khi đó $\overrightarrow{AB}\left(-1+3t;-2-2t;5+2t\right)$, $AB \parallel \left(P\right)\Rightarrow \overrightarrow{AB}\perp \overrightarrow{n_P}\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow t=2$. | | 0,25 |
| | Vậy $B(8;-8;5)$ và $\overrightarrow{AB}\left(5;-6;9\right)$. | | 0,25 |
| | Vậy phương trình đường thẳng $\left(\Delta\right):\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+2}{-6}=\dfrac{z+4}{9}$. | | 0,25 |
| | | | |
| **7** | ***Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD, điểm M(5;7) nằm trên cạnh BC. Đường tròn đường kính AM cắt BC tại B và cắt BD tại N(6;2), đỉnh C thuộc đường thẳng d: 2x-y-7=0. Tìm tọa độ các đỉnh của hình vuông ABCD, biết hoành độ đỉnh C nguyên và hoành độ đỉnh A bé hơn 2.*** | | ***1,00*** |




Gọi I là tâm đường tròn đường kính AM thì I là trung điểm AM.

Dễ thấy $MIN = sd\,MN = 2MBN = 90^0$

Điểm C $\in$ d: 2x-y-7=0. $\Rightarrow$C(c;2c-7)

Họi H là trung điểm của MN =>H(11/2; 9/2)

Phương trình đường thẳng $\Delta$ trung trực của MN

đi qua H và vuông góc với MN là d: x-5y+17=0

Điểm I$\in\Delta$ => I(5a - 17;a)

0,25

$$\overrightarrow{MN} = (1;-5) \Rightarrow MN = \sqrt{26}$$

$$\overrightarrow{IM} = (22-5a;7-a) \Rightarrow IM = \sqrt{(22-5a)^2 + (7-a)^2}$$

Vì $\Delta$MIN vuông cân tại I và

$$MN = \sqrt{26} \Rightarrow IM = \sqrt{13} \Leftrightarrow \sqrt{(22-5a)^2 + (7-a)^2} = \sqrt{13}$$

$$\Leftrightarrow 26a^2 - 234a + 520 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 5 \\ a = 4 \end{array}\right.$$

Với a=5 =>I(8;5) => A(11;9) (loại)

Với a=4 =>I(3;4) => A(1;1) (t/m)

0,25

Gọi E là tâm hình vuông nên $E(\frac{c+1}{2};c-3) \Rightarrow \overrightarrow{EN} = \left(\frac{11-c}{2};5-c\right)$

Vì AC$\perp$BD $\Leftrightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{EN} = 0$

$$\Leftrightarrow (c-1).\frac{11-c}{2} + (2c-8).(5-c) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5c^2 - 48c + 91 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 7(t/m) \\ c = \frac{13}{5}(loai) \end{array}\right.$$

0,25

| | | |
|---|---|---|
| | Suy ra: C(7;7) => E(4;4) | |
| | Pt BD: x+y−8=0, pt BC:x−7=0 ⇒B(7,1)⇒D(1,7) | 0,25 |
| **8** | ***Giải hệ phương trình*** $\begin{cases}\sqrt{2x^2-6xy+5y^2}+\sqrt{2x^2+2xy+13y^2}=2(x+y) & (1)\\ (x+2y)\sqrt{x+2}-4y^2.\sqrt{y}=8y^4.\sqrt{y}-2\sqrt{x+2} & (2)\end{cases}$ | **1,00** |
| | Điều kiện: $\begin{cases}x\ge -2\\ y\ge 0\\ x+y\ge 0\end{cases}$<br>Xét y = 0, hệ vô nghiệm nên y khác 0 . Chia cả 2 vế của (1) cho y ta được:<br>$\sqrt{2\left(\frac{x}{y}\right)^2-6\frac{x}{y}+5}+\sqrt{2\left(\frac{x}{y}\right)^2+2\frac{x}{y}+13}=2(\frac{x}{y}+1)$<br>Dat t=$\frac{x}{y}(t>-1)$ | 0,25 |
| | $PT:\sqrt{2t^2-6t+5}+\sqrt{2t^2+2t+13}=2(t+1)$<br>$\Leftrightarrow t^4-2t^3-3t^2+4t+4=0$<br>$\Leftrightarrow (t+1)^2(t-2)^2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=-1(loai)\\ t=2(t/m)\end{array}\right.$ | 0,25 |
| | Với t = 2 => x=2y, thế vào (2) ta được:<br>$4y\sqrt{2y+2}-4y^2.\sqrt{y}=8y^4.\sqrt{y}-2\sqrt{2y+2}$<br>$\Leftrightarrow 4y\sqrt{2y+2}+2\sqrt{2y+2}=8y^4.\sqrt{y}+4y^2.\sqrt{y}$<br>$\Leftrightarrow 4\sqrt{\frac{2}{y}+2}+\frac{2}{y}\sqrt{\frac{2}{y}+2}=8y^3+4y$<br>$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{y}+2\right)\sqrt{\frac{2}{y}+2}+2\sqrt{\frac{2}{y}+2}=(2y)^3+2.(2y)$ (3) | |
| | Xét hàm số f(u)=u$^3$+2u với u>0; có f'(u) = 3u$^2$ +2>0, mọi u>0 => hàm số đồng biến<br>Từ (3) $\Rightarrow f\left(\sqrt{\frac{2}{y}+2}\right)=f(2y)\Leftrightarrow \sqrt{\frac{2}{y}+2}=2y\Leftrightarrow 4y^3-2y-2=0\Leftrightarrow y=1$ | 0,25 |

| | | |
|---|---|---|
| | Hệ có nghiệm duy nhất (2;1) | 0,25 |
| **9** | ***Cho*** $a,b,c$ ***là các số thực dương và*** $a+b+c=3$. ***Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức*** $$P=\frac{2}{3+ab+bc+ca}+\sqrt[3]{\frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}}$$ | ***1,00*** |
| | Áp dụng Bất đẳng thức: $(x+y+z)^2\ge 3(xy+yz+zx)$, $\forall x,y,z\in\Re$ ta có: <br> $(ab+bc+ca)^2\ge 3abc(a+b+c)=9abc>0 \Rightarrow ab+bc+ca\ge 3\sqrt{abc}$ <br> Ta có: $(1+a)(1+b)(1+c)\ge(1+\sqrt[3]{abc})^3, \forall a,b,c>0$. Thật vậy: <br> $(1+a)(1+b)(1+c)=1+(a+b+c)+(ab+bc+ca)+abc\ge 1+3\sqrt[3]{abc}+3\sqrt[3]{(abc)^2}+abc=(1+\sqrt[3]{abc})^3$ | 0,25 |
| | Khi đó: $P\le\frac{2}{3(1+\sqrt{abc})}+\frac{\sqrt[3]{abc}}{1+\sqrt[3]{abc}}=Q$ (1). <br> Đặt $\sqrt[6]{abc}=t$; vì a, b, c > 0 nên $0<abc\le\left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3=1$ | 0,25 |
| | Xét hàm số $Q=\frac{2}{3(1+t^3)}+\frac{t^2}{1+t^2}, t\in(0;1] \Rightarrow Q'(t)=\frac{2t(t-1)(t^5-1)}{(1+t^3)^2(1+t^2)^2}\ge 0, \forall t\in(0;1]$. | |
| | Do đó hàm số đồng biến trên $(0;1]\Rightarrow Q=Q(t)\le Q(1)=\frac{1}{6}$ (2). Từ (1) và (2): $P\le\frac{1}{6}$. | 0,25 |
| | Vậy maxP = $\frac{1}{6}$, đạt được khi và và chi khi : $a=b=c=1$. | 0,25 |

.......**Hết**.........