

ĐỀ BÀI:

Bài 1(6 điểm): Cho biểu thức:

$$P = \left(\frac{2x-3}{4x^2-12x+5} + \frac{2x-8}{13x-2x^2-20} - \frac{3}{2x-1} \right) : \frac{21+2x-8x^2}{4x^2+4x-3} + 1$$

a) Rút gọn P

b) Tính giá trị của P khi $|x| = \frac{1}{2}$

c) Tìm giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

d) Tìm x để $P > 0$.

Bài 2(3 điểm):Giải phương trình:

a) $\frac{15x}{x^2+3x-4} - 1 = 12 \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{3x-3} \right)$

b) $\frac{148-x}{25} + \frac{169-x}{23} + \frac{186-x}{21} + \frac{199-x}{19} = 10$

c) $||x-2|+3| = 5$

Bài 3(2 điểm): Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một người đi xe gắn máy từ A đến B dự định mất 3 giờ 20 phút. Nếu người ấy tăng vận tốc thêm 5 km/h thì sẽ đến B sớm hơn 20 phút. Tính khoảng cách AB và vận tốc dự định đi của người đó.

Bài 4 (7 điểm):

Cho hình chữ nhật ABCD. Trên đường chéo BD lấy điểm P, gọi M là điểm đối xứng của điểm C qua P.

a) Tứ giác AMDB là hình gì?

b) Gọi E và F lần lượt là hình chiếu của điểm M lên AB, AD. Chứng minh $EF \parallel AC$ và ba điểm E, F, P thẳng hàng.

c) Chứng minh rằng tỉ số các cạnh của hình chữ nhật MEAF không phụ thuộc vào vị trí của điểm P.

d) Giả sử $CP \perp BD$ và $CP = 2,4$ cm, $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16}$. Tính các cạnh của hình chữ nhật ABCD.

Bài 5(2 điểm): a) Chứng minh rằng: $2009^{2008} + 2011^{2010}$ chia hết cho 2010

b) Cho x, y, z là các số lớn hơn hoặc bằng 1. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{1+xy}$$

Đáp án và biểu điểm

Bài 1: Phân tích:

$$4x^2 - 12x + 5 = (2x - 1)(2x - 5)$$

$$13x - 2x^2 - 20 = (x - 4)(5 - 2x)$$

$$21 + 2x - 8x^2 = (3 + 2x)(7 - 4x)$$

$$4x^2 + 4x - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$$

0,5đ

Điều kiện: $x \neq \frac{1}{2}; x \neq \frac{5}{2}; x \neq \frac{-3}{2}; x \neq \frac{7}{4}; x \neq 4$

0,5đ

a) Rút gọn $P = \frac{2x - 3}{2x - 5}$

2đ

b) $|x| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ hoặc $x = \frac{-1}{2}$

+) $x = \frac{1}{2} \Rightarrow \dots P = \frac{1}{2}$

+) $x = \frac{-1}{2} \Rightarrow \dots P = \frac{2}{3}$

1đ

c) $P = \frac{2x - 3}{2x - 5} = 1 + \frac{2}{x - 5}$

Ta có: $1 \in \mathbb{Z}$

Vậy $P \in \mathbb{Z}$ khi $\frac{2}{x - 5} \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow x - 5 \in U_{(2)}$

Mà $U_{(2)} = \{-2; -1; 1; 2\}$

$x - 5 = -2 \Rightarrow x = 3$ (TMĐK)

$x - 5 = -1 \Rightarrow x = 4$ (KTMĐK)

$x - 5 = 1 \Rightarrow x = 6$ (TMĐK)

$x - 5 = 2 \Rightarrow x = 7$ (TMĐK)

KL: $x \in \{3; 6; 7\}$ thì P nhận giá trị nguyên.

1đ

d) $P = \frac{2x - 3}{2x - 5} = 1 + \frac{2}{x - 5}$

0,25đ

Ta có: $1 > 0$

Để $P > 0$ thì $\frac{2}{x - 5} > 0 \Rightarrow x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$

0,5đ

Với $x > 5$ thì $P > 0$.

0,25

Bài 2:

$$a) \frac{15x}{x^2 + 3x - 4} - 1 = 12 \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{3x-3} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{15x}{(x+4)(x-1)} - 1 = 12 \left(\frac{1}{x+4} + \frac{1}{3(x-1)} \right) \quad \text{ĐK: } x \neq -4; x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow 3.15x - 3(x+4)(x-1) = 3.12(x-1) + 12(x+4)$$

...

$$\Leftrightarrow 3x.(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = 0 \text{ hoặc } x + 4 = 0$$

$$+) 3x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ (TMĐK)}$$

$$+) x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \text{ (KTMĐK)}$$

$$S = \{0\}$$

1đ

$$b) \frac{148-x}{25} + \frac{169-x}{23} + \frac{186-x}{21} + \frac{199-x}{19} = 10$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{148-x}{25} - 1 \right) + \left(\frac{169-x}{23} - 2 \right) + \left(\frac{186-x}{21} - 3 \right) + \left(\frac{199-x}{19} - 4 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow (123-x) \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{23} + \frac{1}{21} + \frac{1}{19} \right) = 0$$

$$\text{Do } \left(\frac{1}{25} + \frac{1}{23} + \frac{1}{21} + \frac{1}{19} \right) > 0$$

$$\text{Nên } 123 - x = 0 \Rightarrow x = 123$$

$$S = \{123\}$$

1đ

$$c) \left| |x-2| + 3 \right| = 5$$

$$\text{Ta có: } |x-2| \geq 0 \forall x \Rightarrow |x-2| + 3 > 0$$

$$\text{nên } \left| |x-2| + 3 \right| = |x-2| + 3$$

PT được viết dưới dạng:

$$|x-2| + 3 = 5$$

$$\Leftrightarrow |x-2| = 5 - 3$$

$$\Leftrightarrow |x-2| = 2$$

$$+) x - 2 = 2 \Rightarrow x = 4$$

$$+) x - 2 = -2 \Rightarrow x = 0$$

$$S = \{0; 4\}$$

1đ

Bài 3(2 đ)

Gọi khoảng cách giữa A và B là x (km) (x > 0) 0,25đ

Vận tốc dự định của người đi xe gắn máy là:

$$\frac{x}{3\frac{1}{3}} = \frac{3x}{10} (km/h) \quad (3^h20' = 3\frac{1}{3}(h)) \quad \text{0,25đ}$$

Vận tốc của người đi xe gắn máy khi tăng lên 5 km/h là:

$$\frac{3x}{10} + 5 (km/h) \quad \text{0,25đ}$$

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\left(\frac{3x}{10} + 5\right) \cdot 3 = x \quad \text{0,5đ}$$

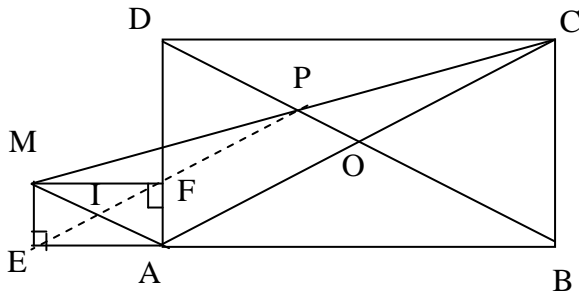
$$\Leftrightarrow x = 150 \quad \text{0,5đ}$$

Vậy khoảng cách giữa A và B là 150 (km) 0,25đ

Vận tốc dự định là: $\frac{3 \cdot 150}{10} = 45 (km/h)$

Bài 4(7đ)

Vẽ hình, ghi GT, KL đúng 0,5đ



a) Gọi O là giao điểm 2 đường chéo của hình chữ nhật ABCD.

⇒ PO là đường trung bình của tam giác CAM.

⇒ AM//PO

⇒ tứ giác AMDB là hình thang. 1đ

b) Do AM //BD nên góc OBA = góc MAE (đồng vị)

Tam giác AOB cân ở O nên góc OBA = góc OAB

Gọi I là giao điểm 2 đường chéo của hình chữ nhật AEMF thì tam giác AIE cân ở I nên góc IAE = góc IEA.

Từ chứng minh trên : có góc FEA = góc OAB, do đó EF//AC (1) 1đ

Mặt khác IP là đường trung bình của tam giác MAC nên IP // AC (2)

Từ (1) và (2) suy ra ba điểm E, F, P thẳng hàng. 1đ

c) $\Delta MAF \square \Delta DBA$ (g - g) nên $\frac{MF}{FA} = \frac{AD}{AB}$ không đổi. (1đ)

d) Nếu $\frac{PD}{PB} = \frac{9}{16}$ thì $\frac{PD}{9} = \frac{PB}{16} = k \Rightarrow PD = 9k, PB = 16k$

Nếu $CP \perp BD$ thì $\Delta CBD \square \Delta DCP$ (g - g) $\Rightarrow \frac{CP}{PD} = \frac{PB}{CP}$ 1đ

do đó $CP^2 = PB.PD$

hay $(2,4)^2 = 9.16 k^2 \Rightarrow k = 0,2$

$PD = 9k = 1,8(\text{cm})$

$PB = 16k = 3,2(\text{cm})$

0,5đ

$BD = 5(\text{cm})$

C/m $BC^2 = BP.BD = 16$

0,5đ

do đó $BC = 4(\text{cm})$

$CD = 3(\text{cm})$

0,5đ

Bài 5:

a) Ta có: $2009^{2008} + 2011^{2010} = (2009^{2008} + 1) + (2011^{2010} - 1)$

Vì $2009^{2008} + 1 = (2009 + 1)(2009^{2007} - \dots)$
 $= 2010.(...)$ chia hết cho 2010 (1)

$2011^{2010} - 1 = (2011 - 1)(2011^{2009} + \dots)$
 $= 2010.(...)$ chia hết cho 2010 (2)

1đ

Từ (1) và (2) ta có đpcm.

b) $\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+y^2} \geq \frac{2}{1+xy}$ (1)

$$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+xy} \right) + \left(\frac{1}{1+y^2} - \frac{1}{1+xy} \right) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(y-x)}{(1+x^2)(1+xy)} + \frac{y(x-y)}{(1+y^2)(1+xy)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(y-x)^2(xy-1)}{(1+x^2)(1+y^2)(1+xy)} \geq 0 \quad (2)$$

Vì $x \geq 1; y \geq 1 \Rightarrow xy \geq 1 \Rightarrow xy - 1 \geq 0$

\Rightarrow BĐT (2) đúng \Rightarrow BĐT (1) đúng (dấu “=” xảy ra khi $x = y$) 1đ