ĐỀ THI THỬ THQG NĂM 2015
Môn: TOÁN.
Thời gian làm bài:180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (2,0 *điểm*). Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+1$.

a) Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b) Viết phương trình tiếp tuyến d với đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Tìm tọa độ các giao điểm của tiếp tuyến d với đồ thị (C).

Câu 2 (1,0 *điểm*).

a) Giải bất phương trình $\log_2\dfrac{2x+1}{2}+\log_3(2x+1)\le\log_2 3$.

b) Một ban văn nghệ đã chuẩn bị được 3 tiết mục múa, 5 tiết mục đơn ca và 4 tiết mục hợp ca. Nhưng thời gian buổi biểu diễn văn nghệ có giới hạn, ban tổ chức chỉ cho phép biểu diễn 2 tiết mục múa, 2 tiết mục đơn ca và 3 tiết mục hợp ca. Hỏi có bao nhiêu cách chọn các tiết mục tham gia biểu diễn?

Câu 3 (1,0 *điểm*). Giải phương trình $\cot 2x=\dfrac{1-\tan x}{1+\tan x}$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Tính tích phân $I=\displaystyle\int_1^5\frac{1}{x\sqrt{3x+1}}dx$.

Câu 5 (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho điểm $A(2;1;-1),\overrightarrow{AB}=(1;0;3)$. Chứng minh ba điểm *A*, *B*, *O* không thẳng hàng. Xác định tọa độ điểm *M* thuộc đường thẳng *OA* sao cho tam giác *MAB* vuông tại *M*.

Câu 6 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình chữ nhật, hình chiếu vuông góc của đỉnh *S* lên mp(*ABCD*) trùng với giao điểm *O* của hai đường chéo *AC* và *BD*. Biết $SA=a\sqrt{2}, AC=2a, SM=\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$, với *M* là trung điểm cạnh *AB*. Tính theo *a* thể tích khối chóp *S.ABCD* và khoảng cách giữa hai đường thẳng *SM* và *AC*.

Câu 7 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho hình thang cân *ABCD (AD // BC)* có phương trình đường thẳng $AB: x-2y+3=0$ và đường thẳng $AC: y-2=0$. Gọi *I* là giao điểm của hai đường chéo *AC* và *BD*. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thang cân *ABCD*, biết $IB=\sqrt{2}IA$, hoành độ điểm *I*: $x_I>-3$ và $M(-1;3)$ nằm trên đường thẳng *BD*.

Câu 8 (1,0 *điểm*). Giải hệ phương trình $\begin{cases}(1-y)(x-3y+3)-x^2=\sqrt{(y-1)^3}.\sqrt{x}\\ \sqrt{x^2-y}+2\sqrt[3]{x^3-4}=2(y-2)\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Câu 9 (1,0 điểm). Cho *x*, *y* là hai số thực dương thỏa mãn $2x+3y\le7$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2xy+y+\sqrt{5(x^2+y^2)}-24\sqrt[3]{8(x+y)-(x^2+y^2+3)}$.

------ Hết ------

NGUYỄN ĐÌNH NGHỊ - ĐT:0909544238

Câu	Nội dung	Điểm

1.a

Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **1,00**

TXĐ: $\mathbb{R}$

Giới hạn: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = -\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y = -\infty$ 0,25

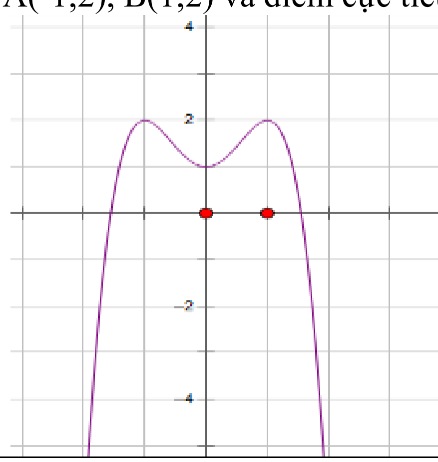
Sự biến thiên: $y' = -4x^3 + 4x, \forall x \in \mathbb{R}$ $\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \to y = 1 \\ x = \pm 1 \to y = 2 \end{array}\right.$ 0,25

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$, hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$

Bảng biến thiên 0,25

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	-	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Đồ thị có điểm cực đại A(-1;2), B(1;2) và điểm cực tiểu N(0;1). Vẽ đồ thị (C). 0,25



1.b

Viết phương trình tiếp tuyến d với đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Tìm tọa độ các giao điểm của tiếp tuyến d với đồ thị (C). **1,00**

Ta có $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{7}{4}\right) \in (C)$. Và $y'(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \sqrt{2}$ 0,25

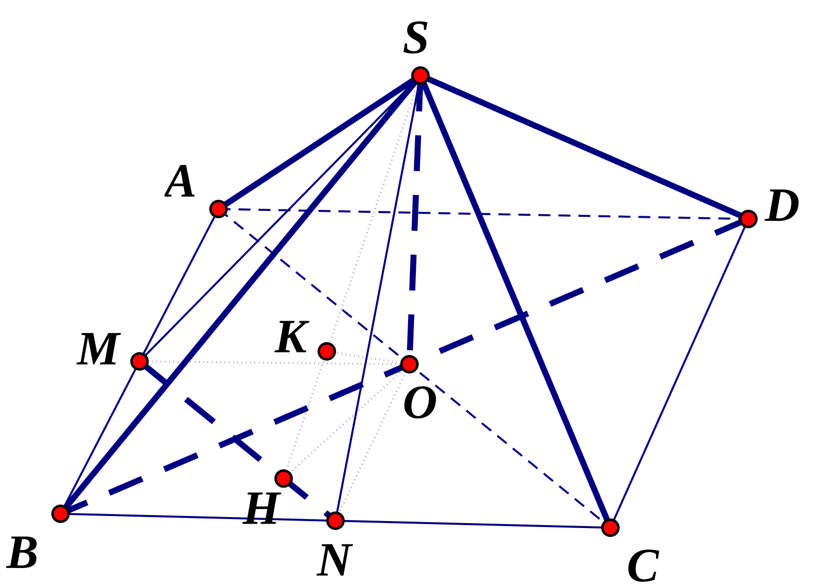
Pttt (d) có dạng $y = y'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{7}{4} \Leftrightarrow y = \sqrt{2}x + \frac{3}{4}$ 0,25

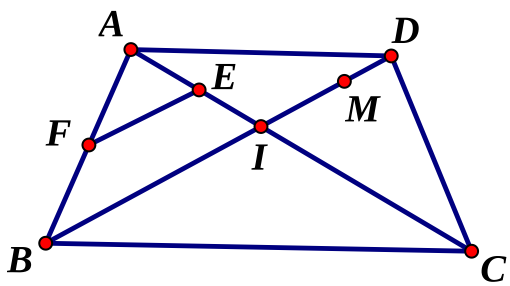
Pt hđ giao điểm của d và (C): $-x^4 + 2x^2 + 1 = \sqrt{2}x + \frac{3}{4} \Leftrightarrow 4x^4 - 8x^2 + 4\sqrt{2}x - 1 = 0$ 0,25

$\Leftrightarrow \left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\left(4x^2 + 4\sqrt{2}x - 2\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}, x = \frac{-\sqrt{2}+2}{2}, x = \frac{-\sqrt{2}-2}{2}$.

Vậy có 3 điểm: $M\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{7}{4}\right), M'\left(\frac{-\sqrt{2}+2}{2}, \sqrt{2} - \frac{1}{4}\right), M''\left(\frac{-\sqrt{2}-2}{2}, -\sqrt{2} - \frac{1}{4}\right)$ 0,25

2.a	Giải bất phương trình $\log_2 \frac{2x+1}{2} + \log_3(2x+1) \le \log_2 3$.	**0,50**
	ĐKXĐ $2x+1>0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}$ (*) Với đk (*), pt $\Leftrightarrow \log_2(2x+1)+\log_3(2x+1) \le 1+\log_2 3$ $\Leftrightarrow \log_2 3.\log_3(2x+1)+\log_3(2x+1) \le 1+\log_2 3$	0,25
	$\Leftrightarrow (\log_2 3+1)\log_3(2x+1) \le 1+\log_2 3 \Leftrightarrow \log_3(2x+1) \le 1 \Leftrightarrow 2x+1 \le 3 \Leftrightarrow x \le 1$ Đối chiếu (*), tập nghiệm: $S = \left(-\frac{1}{2};1\right]$	0,25
2.b	Một ban văn nghệ đã chuẩn bị được 3 tiết mục múa, 5 tiết mục đơn ca và 4 tiết mục hợp ca. Nhưng thời gian buổi biểu diễn văn nghệ có giới hạn, ban tổ chức chỉ cho phép biểu diễn 2 tiết mục múa, 2 tiết mục đơn ca và 3 tiết mục hợp ca. Hỏi có bao nhiêu cách chọn các tiết mục tham gia biểu diễn?	**0,50**
	Mỗi cách chọn 2 tiết mục múa trong 3 tiết mục múa là một tổ hợp chập 2 của 3, suy ra số cách chọn 2 tiết mục múa: $C_3^2 = 3$. Mỗi cách chọn 2 tiết mục đơn ca trong 5 tiết mục đơn ca là một tổ hợp chập 2 của 5, suy ra số cách chọn 2 tiết mục đơn ca: $C_5^2 = 10$. Mỗi cách chọn 3 tiết mục hợp ca trong 4 tiết mục hợp ca là một tổ hợp chập 3 của 4, suy ra số cách chọn 3 tiết mục hợp ca: $C_4^3 = 4$.	0,25
	Theo quy tắc nhân, số cách chọn các tiết mục tham gia biểu diễn: 3.10.4 = 120	0,25
3	Giải phương trình $\cot 2x = \frac{1-\tan x}{1+\tan x}$.	**1,00**
	ĐK: $\begin{cases} \sin 2x \ne 0 \\ \cos x \ne 0 \\ \tan x \ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne \frac{\pi}{2}k \\ x \ne -\frac{\pi}{4}+k\pi \end{cases}$	0,25
	Với ĐK pt $\Leftrightarrow \tan\left(\frac{\pi}{2}-2x\right) = \tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{\pi}{2}-2x = \frac{\pi}{4}-x+k\pi$	0,25
	Kết hợp ĐK, ta có nghiệm: $x = \frac{\pi}{4}+k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25
4	Tính tích phân $I = \int_1^5 \frac{1}{x\sqrt{3x+1}}dx$.	**1,00**
	Đặt $t = \sqrt{3x+1}, t \ge 0 \Rightarrow x = \frac{t^2-1}{3} \Rightarrow dx = \frac{2}{3}tdt$ Đổi cận: $x=1 \to t=2; x=5 \to t=4$.	0,25
	$I = 2\int_2^4 \frac{1}{t^2-1}dt \Leftrightarrow I = \int_2^4 \left(\frac{1}{t-1}-\frac{1}{t+1}\right)dt$	0,25
	$I = \left(\ln\lvert t-1\rvert - \ln\lvert t+1\rvert\right)\Big\|_2^4$	0,25
	$I = 2\ln 3 - \ln 5$	0,25

5	Cho điểm $A(2;1;-1), \overrightarrow{AB}=(1;0;3)$. Chứng minh ba điểm *A, B, O* không thẳng hàng. Xác định tọa độ điểm *M* thuộc đường thẳng OA sao cho tam giác *MAB* vuông tại *M*.	**1,00**
	Ta có $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=(3;1;2)\Rightarrow B(3;1;2)$	0.25
	* $\overrightarrow{OA}=(2;1;-1), \overrightarrow{AB}=(1;0;3)$ không cùng phương: O, A, B không thẳng hàng.	0.25
	Ta có $\overrightarrow{OM}=t\overrightarrow{OA}=(2t;t;-t)\Rightarrow M(2t;t;-t)$ và $\overrightarrow{AM}(2t-2;t-1;-t+1), \overrightarrow{BM}(2t-3;t-1;-t-2)$ Tam giác MAB vuông tại M thì $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=0\Leftrightarrow(2t-2)(2t-3)+(t-1)(t-1)+(-t+1))(-t-2)=0$ $\Leftrightarrow 6t^2-11t+5=0\Leftrightarrow t=1, t=\frac{5}{6}$.	0.25
	• $t=1\rightarrow M(2;1;-1)\equiv A$ (loại) và $t=\frac{5}{6}\rightarrow M(\frac{5}{3};\frac{5}{6};-\frac{5}{6})$ thỏa bài toán.	0,25
6	Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình chữ nhật, hình chiếu vuông góc của đỉnh *S* lên mp(*ABCD*) trùng với giao điểm *O* của hai đường chéo *AC* và *BD*. Biết $SA=a\sqrt{2}, AC=2a, SM=\frac{\sqrt{5}}{2}a$, với *M* là trung điểm cạnh *AB*. Tính theo *a* thể tích khối chóp *S.ABCD* và khoảng cách giữa hai đường thẳng *SM* và *AC*.  	**1,00**
	Từ giả thiết $SO\perp(ABCD)\Rightarrow SO\perp AC$, $OA=a$, $SO=\sqrt{SA^2-OA^2}=a$	0,25
	$\Delta OSM\perp O: OM=\sqrt{SM^2-SO^2}=\frac{1}{2}a$ Ta có $\Delta ABC\perp B: BC=2MO=a, AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{3}a$ $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}AB.BC.SO=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$	0,25
	Gọi *N* trung điểm *BC* $\Rightarrow MN//AC\Rightarrow d(SM,AC)=d(AC,(SMN))=d(O,(SMN))$ $\Delta OMN\perp O$: $\Delta OMN\perp O: OH\perp MN, SO\perp MN\Rightarrow MN\perp(SOH)$ $\Delta SOH\perp O: OK\perp SH\Rightarrow OK\perp(SMN)\Rightarrow OK=d(O,(SMN))$	0,25

	$\Delta OMN \perp O:\ ON = \frac{\sqrt{3}}{2}a, OM = \frac{a}{2}, OH \perp MN \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{3}}{4}a$ $\Delta SOH \perp O: d(SM, AC) = OK = \frac{OS.OH}{\sqrt{OS^2 + OH^2}} = \frac{\sqrt{57}}{19}a$	0,25
7	Cho hình thang cân *ABCD (AD // BC)* có phương trình đường thẳng $AB: x - 2y + 3 = 0$ và đường thẳng $AC: y - 2 = 0$. Gọi *I* là giao điểm của hai đường chéo *AC* và *BD*. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thang cân *ABCD*, biết $IB = \sqrt{2}IA$, hoành độ điểm *I*: $x_I > -3$ và $M(-1;3)$ nằm trên đường thẳng ***BD.*** 	**1,00**
	Ta có *A* là giao điểm của *AB* và *AC* nên $A(1;2)$.	0,25
	Lấy điểm $E(0;2) \in AC$. Gọi $F(2a-3;a) \in AB$ sao cho EF // BD. Khi đó $\frac{EF}{BI} = \frac{AE}{AI} \Leftrightarrow \frac{EF}{AE} = \frac{BI}{AI} = \sqrt{2} \Leftrightarrow EF = \sqrt{2}AE$ $\Leftrightarrow (2a-3)^2 + (a-2)^2 = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = \frac{11}{5}. \end{array}\right.$	0,25
	Với $a = 1$ thì $\overrightarrow{EF} = (-1;-1)$ là vtcp của đường thẳng BD. Nên chọn vtpt của BD là $\vec{n} = (1;-1)$. Pt $BD: x - y + 4 = 0 \Rightarrow BD \cap AC = I(-2;2)$ $BD \cap AB = B(-5;-1)$ Ta có $\overrightarrow{IB} = -\frac{IB}{ID}\overrightarrow{ID} = -\frac{IB}{IA}\overrightarrow{ID} = -\sqrt{2}\overrightarrow{ID} \Rightarrow D\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - 2; \frac{3}{\sqrt{2}} + 2\right)$. $\overrightarrow{IA} = -\frac{IA}{IC}\overrightarrow{IC} = -\frac{IA}{IB}\overrightarrow{IC} = -\frac{1}{\sqrt{2}}\overrightarrow{IC} \Rightarrow C\left(-3\sqrt{2} - 2; 2\right)$.	0,25
	Với $a = \frac{11}{5}$ thì $\overrightarrow{EF} = \left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right)$ là vtcp của đường thẳng BD. Nên chọn vtpt của BD là $\vec{n} = (1;-7)$. Do đó, $BD: x - 7y + 22 = 0 \Rightarrow I(-8;2)$(loại).	0,25
8	Giải hệ phương trình. $\begin{cases} (1-y)(x-3y+3) - x^2 = \sqrt{(y-1)^3}.\sqrt{x} & (1) \\ \sqrt{x^2 - y} + 2\sqrt[3]{x^3 - 4} = 2(y-2) & (2) \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$ (I)	**1,00**
	ĐKXĐ: $\begin{cases} x^2 - y \ge 0 \\ x \ge 0, y \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \ge y \\ x \ge 1, y \ge 1 \end{cases}$ Nhận xét $x \ge 1, y = 1$ không là nghiệm của hệ. Xét $y > 1$ thì pt (1) của hệ (I) $x^2 + x(y-1) - 3(y-1)^2 + (y-1)\sqrt{x(y-1)} = 0$	0,25

	$\Leftrightarrow \left(\frac{x}{y-1}\right)^2 + \frac{x}{y-1} - 3 + \sqrt{\frac{x}{y-1}} = 0$	
	$t = \sqrt{\frac{x}{y-1}}, t > 0$. Khi đó, pt (1) trở thành $t^4 + t^2 + t - 3 = 0 \Leftrightarrow (t-1)(t^3 + t^2 + 2t + 3) = 0 \Leftrightarrow t = 1.$	0,25
	Với t = 1, thì $\sqrt{\frac{x}{y-1}} = 1 \Leftrightarrow y = x + 1$, thế vào pt(2), ta được $\sqrt{x^2 - x - 1} + 2\sqrt[3]{x^3 - 4} = 2(x-1) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x - 1} + 2\left[\sqrt[3]{x^3 - 4} - (x-1)\right] = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x - 1} + 6\left[\frac{x^2 - x - 1}{\sqrt[3]{(x^3 - 4)^2} + +(x-1)\sqrt[3]{x^3 - 4} + (x-1)^2}\right] = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x - 1}\left(1 + \frac{6\sqrt{x^2 - x - 1}}{\sqrt[3]{(x^3 - 4)^2} + +(x-1)\sqrt[3]{x^3 - 4} + (x-1)^2}\right) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x - 1} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad (x \geq 1)$. Với $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow y = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$. Đối chiếu ĐK, hệ phương có nghiệm $(x; y) = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$.	0,25
9	Cho *x*, *y* là hai số thực dương thỏa mãn $2x + 3y \leq 7$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2xy + y + \sqrt{5(x^2 + y^2)} - 24\sqrt[3]{8(x+y) - (x^2 + y^2 + 3)}$.	**1,00**
	Ta có $6(x+1)(y+1) = (2x+2)(3y+3) \leq \left(\frac{2x+2+3y+3}{2}\right)^2 \leq 36 \Rightarrow x + y + xy \leq 5$.	0,25
	Ta có $5(x^2 + y^2) \geq (2x+y)^2 \Rightarrow \sqrt{5(x^2 + y^2)} \geq 2x + y$ và $(x+y-3)^2 = x^2 + y^2 + 9 + 2xy - 6x - 6y \geq 0$ $\Leftrightarrow 2(x + y + xy + 3) \geq 8(x+y) - (x^2 + y^2 + 3)$ Suy ra $P \geq 2(xy + x + y) - 24\sqrt[3]{2(x + y + xy + 3)}$	0,25
	Đặt $t = x + y + xy,\ t \in (0;5]$, $P \geq f(t) = 2t - 24\sqrt[3]{2t+6}$ Ta có $f'(t) = 2 - \frac{24.2}{3\sqrt[3]{(2t+6)^2}} = 2\frac{\sqrt[3]{(2t+6)^2} - 8}{\sqrt[3]{(2t+6)^2}} < 0, \forall t \in (0;5]$ Vậy hàm số f(t) nghịch biến trên nửa khoảng $(0;5]$. Suy ra $\min f(t) = f(5) = 10 - 48\sqrt[3]{2}$.	0,25

	Vậy $\min P = 10 - 48\sqrt[3]{2}, khi \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25

Chú ý: Mọi cách giải khác đúng đều cho điểm tối đa.

------ Hết ------