SỞ GIÁO DỤC& ĐÀO TẠO QUẢNG NINH
TRƯỜNG THPT NGUYỄN BÌNH

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015
Môn: TOÁN

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. (*2,0 điểm*). Cho hàm số $y = \dfrac{x}{x-1}$ (C).

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc (C), biết rằng tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng đi qua điểm M và điểm I(1; 1).

Câu 2. (*1,0 điểm*).

a. Giải phương trình $\sin 2x + 1 = 6\sin x + \cos 2x$.

b) Tìm số phức z thỏa mãn: $|z|^2 + 2z.\bar{z} + |\bar{z}|^2 = 8$ và $z + \bar{z} = 2$.

Câu 3. (*0,5 điểm*). Giải phương trình $7^{2x+1} - 6.7^x + 1 = 0$.

Câu 4. (*1,0 điểm*). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x^2 - (x+y)\sqrt[3]{x-y}} = y \\ 2\left(x^2 + y^2\right) - 3\sqrt{2x-1} = 11 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Câu 5. (*1,0 điểm*). Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^2 \frac{x^3 - 2\ln x}{x^2} dx$.

Câu 6. (*1,0 điểm*) Cho hình chóp S.ABC có tam giác ABC vuông tại A, AB = AC = a, I là trung điểm của SC, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60^0. Tính thể tích khối chóp S.ABC và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a.

Câu 7. (*1,0 điểm*). Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy cho tam giác ABC có A(1; 4), tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt BC tại D, đường phân giác trong của ADB có phương trình x - y + 2 = 0, điểm M(-4; 1) thuộc cạnh AC. Viết phương trình đường thẳng AB.

Câu 8. (*1,0 điểm*). Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, cho điểm A(-4; 1; 3) và đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+3}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho $AB = \sqrt{5}$.

Câu 9. (*0,5 điểm*). Một hộp đựng 10 viên bi đỏ, 8 viên bi vàng và 6 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính xác suất để các viên bi lấy được đủ cả 3 màu.

Câu 10. *(1,0 điểm).* Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $ab \geq 1$; $c\left(a+b+c\right) \geq 3$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{b+2c}{1+a} + \dfrac{a+2c}{1+b} + 6\ln(a+b+2c)$.

-----------------------------***Hết*** ----------------------

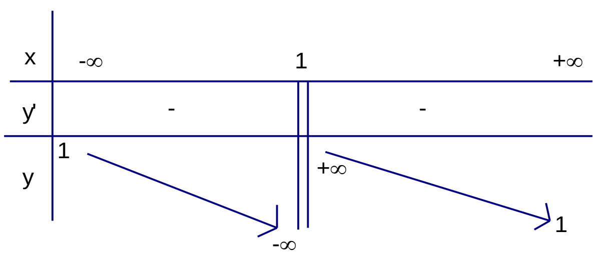
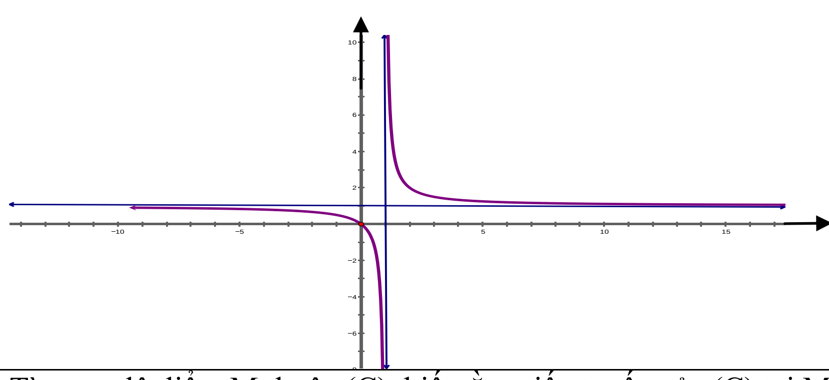
Họ và tên thí sinh ....SBD: ....

(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO QUẢNG NINH
TRƯỜNG THCS - THPT NGUYỄN BÌNH

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2015

Bản hướng dẫn chấm có 6 trang

Câu	NỘI DUNG	Điểm
1.a	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số y = $\frac{x}{x-1}$.	**1.0**
	TXĐ : D = R\{1} y' $=-\frac{1}{(x-1)^2}<0$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} f(x)=1$ nên y = 1 là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $\lim_{x\to1^+} f(x)=+\infty, \lim_{x\to1^-}=-\infty$ nên x = 1 là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số	**0.5**
	Bảng biến thiên  Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$,Hàm số không có cực trị	**0.25**
	Đồ thị : Nhận xét : Đồ thị nhận giao điểm của 2 đường tiệm cận I(1 ;1) làm tâm đối xứng 	**0.25**
1.b	Tìm tọa độ điểm M thuộc (C), biết rằng tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với đường thẳng đi qua điểm M và điểm I(1; 1).	**1.0**
	Với $x_0\neq1$, tiếp tuyến (d) với (C) tại M(x_0 ; $\frac{x_0}{x_0-1}$) có phương trình :	

	$y=-\frac{1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{x_0}{x_0-1} \Leftrightarrow \frac{1}{(x_0-1)^2}x+y-\frac{x_0^2}{(x_0-1)^2}=0$	**0.5**
	(d) có vec – tơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;\frac{1}{(x_0-1)^2})$, $\overrightarrow{IM}=(x_0-1;\frac{1}{x_0-1})$ Để (d) vuông góc IM điều kiện là : $\vec{u}.\overrightarrow{IM}=0 \Leftrightarrow -1.(x_0-1)+\frac{1}{(x_0-1)^2}\frac{1}{x_0-1}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \\ x_0=2 \end{array}\right.$ + Với $x_0 = 0$ ta có M(0,0) + Với $x_0 = 2$ ta có M(2, 2)	**0.5**

Câu 2:1 điểm

2a.	$\sin 2x+1=6\sin x+\cos 2x$ $\Leftrightarrow (\sin 2x-6\sin x)+(1-\cos 2x)=0$	**0.25**
	$\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x-3)+2\sin^2 x=0$ $\Leftrightarrow 2\sin x(\cos x-3+\sin x)=0$	**0. 25**
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x=0 \\ \sin x+\cos x=3 (Vn) \end{array}\right.$	**0. 25**
	$\Leftrightarrow x=k\pi$. Vậy nghiệm của PT là $x=k\pi, k\in Z$	**0.25**

2.b	Tìm số phức z thỏa mãn : $\|z\|^2+2z.\bar{z}+\|\bar{z}\|^2=8$ và $z+\bar{z}=2$	**0.5**
	Gọi z = x + iy ta có $\bar{z}=x-iy; \|z\|^2=\|\bar{z}\|^2=z\bar{z}=x^2+y^2$ $\|z\|^2+2z.\bar{z}+\|\bar{z}\|^2=8 \Leftrightarrow 4(x^2+y^2)=8 \Leftrightarrow (x^2+y^2)=2$ (1) $z+\bar{z}=2 \Leftrightarrow 2x=2 \Leftrightarrow x=1$ (2) Từ (1) và (2) tìm được x = 1 ; y = ±1 Vậy các số phức cần tìm là 1 + i và 1 – i	

Câu 3:0,5 điểm

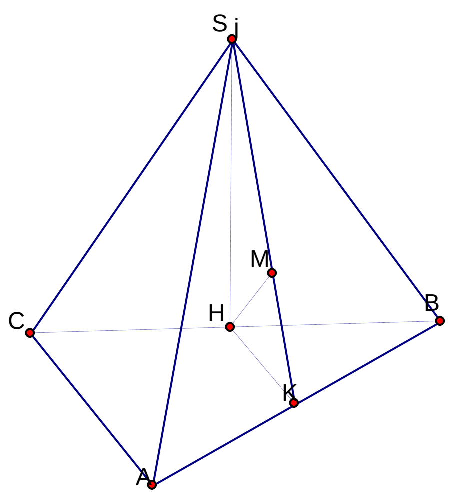
$7^{2x+1}-6.7^x+1=0 \Leftrightarrow 7.7^{2x}-6.7^x+1=0$ Đặt $t=7^x$,t>0 Phương trình đã cho trở thành: $7t^2-6t+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{3-\sqrt{2}}{7} (tm) \\ t=\frac{3+\sqrt{2}}{7} (tm) \end{array}\right.$	**0.25**
	0.25

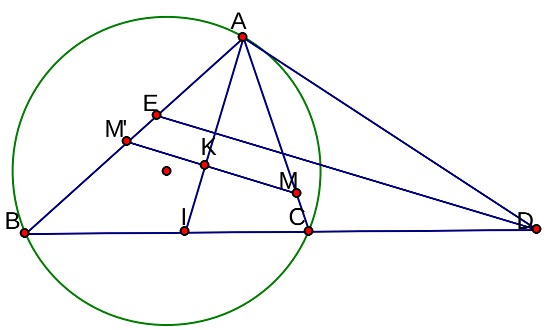
Tìm ra x và kết luận nghiệm của pt là $\left[\begin{array}{l} x=\log_7(\frac{3-\sqrt{2}}{7}) \\ x=\log_7(\frac{3+\sqrt{2}}{7}) \end{array}\right.$	

Câu 4:1 điểm

Hệ đã cho tương đương với $\begin{cases}\sqrt{x^2-(x+y)}\sqrt[3]{x-y}=y(1)\\ 2(x^2+y^2)-3\sqrt{2x-1}=11(2)\end{cases}$	
Từ (1) suy ra $y\ge 0$, vì nếu *y<0* thì *x-y>0*, do đó VT(1) > VP(1)	**0.25**
$(1)\Leftrightarrow\sqrt{x^2-(x+y)}\left(\sqrt[3]{x-y}-1\right)+\left(\sqrt{x^2-(x+y)}-y\right)=0$ $\Leftrightarrow\sqrt{x^2-(x+y)}\dfrac{x-y-1}{\sqrt[3]{(x-y)^2}+\sqrt[3]{x-y}+1}+\dfrac{x^2-x-y-y^2}{\sqrt{x^2-x-y}+y}=0$ $\Leftrightarrow(x-y-1)\left[\dfrac{\sqrt{x^2-(x+y)}}{\sqrt[3]{(x-y)^2}+\sqrt[3]{x-y}+1}+\dfrac{x+y}{\sqrt{x^2-x-y}+y}\right]=0\Leftrightarrow x-y-1=0$	**0.25**
Thế $y=x-1$ vào phương trình (2) ta được: $4x^2-4x+2-3\sqrt{2x-1}=11\Leftrightarrow(2x-1)^2-3\sqrt{2x-1}-10=0$	**0.25**
Đặt $t=\sqrt{2x-1}$, $t\ge 0$, ta có $t^4-3t-10=0\Leftrightarrow(t-2)(t^3+2t^2+4t+5)=0\Leftrightarrow t=2$ Khi đó $\sqrt{2x-1}=2\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}\Rightarrow y=\dfrac{3}{2}$. Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.	**0.25**

Câu 5:1 điểm	
$I=\int_1^2 xdx-2\int_1^2\dfrac{\ln x}{x^2}dx=\left.\dfrac{x^2}{2}\right\|_1^2-2\int_1^2\dfrac{\ln x}{x^2}dx=\dfrac{3}{2}-2\int_1^2\dfrac{\ln x}{x^2}dx$	**0.25**
Tính $J=\int_1^2\dfrac{\ln x}{x^2}dx$	**0.25**

Đặt $u=\ln x, dv=\frac{1}{x^2}dx$. Khi đó $du=\frac{1}{x}dx, v=-\frac{1}{x}$ Do đó $J=-\frac{1}{x}\ln x\Big\|_1^2+\int_1^2\frac{1}{x^2}dx$	
$J=-\frac{1}{2}\ln 2-\frac{1}{x}\Big\|_1^2=-\frac{1}{2}\ln 2+\frac{1}{2}$	**0.25**
Vậy $I=\frac{1}{2}+\ln 2$	**0.25**
<u>Câu 6:1 điểm</u>	
 Gọi K là trung điểm của AB $\Rightarrow HK\perp AB\,(1)$ Vì $SH\perp(ABC)$ nên $SH\perp AB\,(2)$ Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow AB\perp SK$ Do đó góc giữa (SAB) với đáy bằng góc giữa SK và HK và bằng $SKH=60^\circ$ Ta có $SH=HK\tan SKH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$	**0.25**
Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}.SH=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.AC.SH=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$	**0.25**
Vì $IH//SB$ nên $IH//(SAB)$. Do đó $d(I,(SAB))=d(H,(SAB))$ Từ H kẻ $HM\perp SK$ tại M $\Rightarrow HM\perp(SAB)\Rightarrow d(H,(SAB))=HM$	**0.25**
Ta có $\frac{1}{HM^2}=\frac{1}{HK^2}+\frac{1}{SH^2}=\frac{16}{3a^2}\Rightarrow HM=\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $d(I,(SAB))=\frac{a\sqrt{3}}{4}$	**0,25**
<u>Câu 7:1 điểm</u>	

	Gọi AI là phan giác trong của BAC Ta có : $AID = ABC + BAI$ $IAD = CAD + CAI$ Mà $BAI = CAI$, $ABC = CAD$ nên $AID = IAD$ $\Rightarrow$ ΔDAI cân tại D $\Rightarrow$ $DE \perp AI$	**0,25**
PT đường thẳng AI là : $x + y - 5 = 0$		**0,25**
Gọi M' là điểm đối xứng của M qua AI $\Rightarrow$ PT đường thẳng MM' : $x - y + 5 = 0$ Gọi $K = AI \cap MM'$ $\Rightarrow$K(0;5) $\Rightarrow$M'(4;9)		**0,25**
VTCP của đường thẳng AB là $\overrightarrow{AM'} = (3;5)$ $\Rightarrow$VTPT của đường thẳng AB là $\vec{n} = (5;-3)$ Vậy PT đường thẳng AB là: $5(x-1) - 3(y-4) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 7 = 0$		**0,25**

<u>Câu 8:1 điểm</u>

(1,0 điểm)	
Đường thẳng d có VTCP là $\overrightarrow{u_d} = (-2;1;3)$ Vì $(P) \perp d$ nên (P) nhận $\overrightarrow{u_d} = (-2;1;3)$ làm VTPT	**0.25**
Vậy PT mặt phẳng (P) là : $-2(x+4) + 1(y-1) + 3(z-3) = 0$ $\Leftrightarrow -2x + y + 3z - 18 = 0$	**0.25**
Vì $B \in d$ nên $B(-1-2t;1+t;-3+3t)$ $AB = \sqrt{5} \Leftrightarrow AB^2 = 5 \Leftrightarrow (3-2t)^2 + t^2 + (-6+3t)^2 = 5 \Leftrightarrow 7t^2 - 24t + 20 = 0$	**0.25**
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 \\ t = \dfrac{10}{7} \end{array}\right.$ Vậy $B(-5;3;3)$ hoặc $B\left(-\dfrac{27}{7};\dfrac{17}{7};\dfrac{9}{7}\right)$	**0.25**

<u>Câu 9:0,5 điểm</u>

Tổng số viên bi trong hộp là 24. Gọi Ω là không gian mẫu. Lấy ngẫu nhiên 4 viên trong hộp ta có C_{24}^4 cách lấy hay n(Ω)=C_{24}^4. Gọi A là biến cố lấy được các viên bi có đủ cả 3 màu. Ta có các trường hợp sau: +) 2 bi đỏ, 1 bi vàng và 1 bi xanh: có $C_{10}^2C_8^1C_6^1=2160$ cách +) 1 bi đỏ, 2 bi vàng và 1 bi xanh: có $C_{10}^1C_8^2C_6^1=1680$ cách +) 1 bi đỏ, 1 bi vàng và 2 bi xanh: có $C_{10}^1C_8^1C_6^2=1200$ cách	0.25
Do đó, n(A)=5040 Vậy, xác suất biến cố A là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{5040}{10626}\approx 47,4\%$	0.25

Câu 10:1 điểm

$P+2=\dfrac{a+b+2c+1}{1+a}+\dfrac{a+b+2c+1}{1+b}+6\ln(a+b+2c)$ $=(a+b+2c+1)\left(\dfrac{1}{1+a}+\dfrac{1}{1+b}\right)+6\ln(a+b+2c)$ Ta chứng minh được các BĐT quen thuộc sau: +)$\dfrac{1}{1+a}+\dfrac{1}{1+b}\ge\dfrac{2}{1+\sqrt{ab}}$(1) +)$\sqrt{ab}\le\dfrac{ab+1}{2}$(2)	0.25
Thật vậy, +)$\dfrac{1}{1+a}+\dfrac{1}{1+b}\ge\dfrac{2}{1+\sqrt{ab}}\Leftrightarrow(2+a+b)\left(1+\sqrt{ab}\right)\ge 2(1+a)(1+b)$ $\Leftrightarrow\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\left(\sqrt{ab}-1\right)\ge 0$ luôn đúng vì $ab\ge 1$. Dấu "=" khi a=b hoặc ab=1 +)$\sqrt{ab}\le\dfrac{ab+1}{2}\Leftrightarrow\left(\sqrt{ab}-1\right)^2\ge 0$. Dấu "=" khi ab=1. Do đó, $\dfrac{1}{1+a}+\dfrac{1}{1+b}\ge\dfrac{2}{1+\sqrt{ab}}\ge\dfrac{2}{1+\dfrac{ab+1}{2}}=\dfrac{4}{3+ab}$ $\ge\dfrac{4}{ab+bc+ca+c^2}=\dfrac{4}{(a+c)(b+c)}\ge\dfrac{16}{(a+b+2c)^2}$ Đặt $t=a+b+2c,t>0$ ta có: $P+2\ge f(t)=\dfrac{16(t+1)}{t^2}+6\ln t,t>0;$ $f'(t)=\dfrac{6}{t}-\dfrac{16(t+2)}{t^3}=\dfrac{6t^2-16t-32}{t^3}=\dfrac{(t-4)(6t+8)}{t^3}$	0.5

<table>
<tr>
<td>
<table>
<tr><td>t</td><td>0</td><td></td><td>4</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>f'(t)</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>f(t)</td><td></td><td></td><td>5+6ln4</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Vậy, GTNN của P là 3+6ln4 khi a=b=c=1.
</td>
<td>0.25</td>
</tr>
</table>

-----------------------------***Hết*** -----------------------

Chú ý : *Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa !!!*