

PHÒNG GIÁO DỤC – ĐÀO TẠO ĐỀ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2015-2016
TIỀN HẢI

MÔN: TOÁN 7

(Thời gian làm bài 120 phút)

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1 (4,0 điểm)

Cho $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2015} + 3^{2016}$.

- a) Tính A.
- b) Tìm chữ số tận cùng của A.
- c) A có là số chính phương không? Vì sao?

Bài 2 (4,0 điểm)

a) Tìm x, biết: $||x - 1| + 2| = 3$

b) Tìm 3 phân số có tổng của chúng bằng $1\frac{1}{70}$, các tử của chúng tỉ lệ với 3; 4; 5 và các mẫu tương ứng của chúng tỉ lệ với 5; 1; 2.

Bài 3 (3,0 điểm)

Cho hàm số: $y = f(x) = ax + 4$ có đồ thị đi qua điểm $A(a + 1; a^2 - a)$.

- a) Tìm a.
- b) Với a vừa tìm được, tính giá trị của x thỏa mãn: $f(3x - 1) = f(1 - 3x)$.

Bài 4 (7,0 điểm)

Cho tam giác ABC có góc A nhọn. Vẽ ra phía ngoài tam giác đó các tam giác ABM, ACN vuông cân tại A. BN và MC cắt nhau tại D.

- a) Chứng minh: $\Delta AMC = \Delta ABN$.
- b) Chứng minh: $BN \perp CM$.
- c) Cho $MB = 3\text{cm}$, $BC = 2\text{cm}$, $CN = 4\text{cm}$. Tính MN.
- d) Chứng minh rằng DA là phân giác của góc MDN.

Bài 5 (2,0 điểm)

Tìm các số tự nhiên a, b sao cho: $(2016a + 13b - 1)(2016^a + 2016a + b) = 2015$

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:Phòng.....

PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO KỶ KHẢO SÁT HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2015-2016
TIỀN HẢI ĐÁP ÁN BIỂU ĐIỂM CHẤM

MÔN: TOÁN 7

(Đáp án và biểu điểm chấm gồm 04 trang)

Bài 1 (4,0 điểm)

Cho $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2015} + 3^{2016}$.

- a) Tính A.
- b) Tìm chữ số tận cùng của A.
- c) A có là số chính phương không? Vì sao?

Câu	Nội dung	Điểm
a/ (1,5 đ)	Ta có: $A = 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2015} + 3^{2016}$ $3A = 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2016} + 3^{2017}$	0,5
	Suy ra: $3A - A = (3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2016} + 3^{2017}) - (3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2015} + 3^{2016})$	0,5
	$A = \frac{3^{2017} - 3}{2}$.	0,5
b/ (1,5 đ)	Ta có: $A = (3 + 3^2 + 3^3 + 3^4) + \dots + (3^{2013} + 3^{2014} + 3^{2015} + 3^{2016})$ $= 3(1 + 3 + 3^2 + 3^3) + \dots + 3^{2013}(1 + 3 + 3^2 + 3^3)$	0,75
	$= 3.40 + \dots + 3^{2013}.40 = 40.(3 + 3^5 + \dots + 3^{2013})$	0,5
	Suy ra A có chữ số tận cùng là 0	0,25
c/ (1,0 đ)	Lập luận được A chia hết cho 3	0,25
	Lập luận được A không chia hết cho 3^2	0,25
	Mà 3 là số nguyên tố nên suy ra A không là số chính phương	0,5

Bài 2 (4,0 điểm)

a) Tìm x, biết: $||x - 1| + 2| = 3$

b) Tìm 3 phân số có tổng của chúng bằng $1\frac{1}{70}$, các tử của chúng tỉ lệ với 3; 4; 5 và các mẫu tương ứng của chúng tỉ lệ với 5; 1; 2.

Câu	Nội dung	Điểm
a/ (2,0 đ)	Lập luận được $ x - 1 + 2 > 0$.	0,5
	Nên $ x - 1 + 2 = 3 \Rightarrow x - 1 + 2 = 3 \Rightarrow x - 1 = 1$	0,75
	$\Rightarrow x - 1 = 1$ hoặc $x - 1 = -1 \Rightarrow x = 2$ hoặc $x = 0$.	0,5
	Vậy $x = 2$; $x = 0$	0,25

b/ (2,0 đ)	<p>Gọi 3 phân số cần tìm lần lượt là $\frac{a}{x}; \frac{b}{y}; \frac{c}{z}$ thì ta có</p> $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 1 \frac{1}{70} \quad \text{và} \quad \frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5}; \frac{x}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$	0,5
	$\Rightarrow \frac{a}{3} : \frac{x}{5} = \frac{b}{4} : \frac{y}{1} = \frac{c}{5} : \frac{z}{2} \Rightarrow \frac{\frac{a}{3}}{\frac{x}{5}} = \frac{\frac{b}{4}}{\frac{y}{1}} = \frac{\frac{c}{5}}{\frac{z}{2}}$	0,75
	<p>Theo tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:</p> $\frac{\frac{a}{3}}{\frac{x}{5}} = \frac{\frac{b}{4}}{\frac{y}{1}} = \frac{\frac{c}{5}}{\frac{z}{2}} = \frac{\frac{a}{3} + \frac{b}{4} + \frac{c}{5}}{\frac{x}{5} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2}} = \frac{1 \frac{1}{70}}{\frac{71}{10}} = \frac{1}{7} \Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{3}{35}; \frac{b}{y} = \frac{4}{7}; \frac{c}{z} = \frac{5}{14}$	0,5
	<p>Vậy 3 phân số cần tìm là $\frac{3}{35}; \frac{4}{7}; \frac{5}{14}$.</p>	0,25

Bài 3 (3,0 điểm)

Cho hàm số: $y = f(x) = ax + 4$ có đồ thị đi qua điểm $A(a + 1; a^2 - a)$.

a) Tìm a.

b) Với a vừa tìm được, tính giá trị của x thỏa mãn: $f(3x - 1) = f(1 - 3x)$.

Câu	Nội dung	Điểm
a/ (1,5đ)	<p>Đồ thị hàm số $y = ax + 4$ đi qua điểm $A(a+1; a^2 - a)$ nên có:</p> $a^2 - a = a(a+1) + 4.$	0,5
	$\Rightarrow a^2 - a = a^2 + a + 4 \Rightarrow a = -2.$	0,75
	<p>Vậy $a = -2$ thì đồ thị đi qua điểm $A(a + 1; a^2 - a)$.</p>	0,25
b/ (1,5đ)	<p>Với $a = -2$ ta có hàm số $y = f(x) = -2x + 4$</p> $\Rightarrow f(3x - 1) = -6x + 6; \quad f(1 - 3x) = 6x + 2.$	0,5
	<p>Do đó: $f(3x - 1) = f(1 - 3x) \Rightarrow -6x + 6 = 6x + 2 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$.</p>	0,75
	<p>Vậy khi $x = \frac{1}{3}$ thì $f(3x - 1) = f(1 - 3x)$.</p>	0,25

Bài 4 (7,0 điểm)

Cho tam giác ABC có góc A nhọn. Vẽ ra phía ngoài tam giác đó các tam giác ABM, ACN vuông cân tại A. BN và MC cắt nhau tại D.

a) Chứng minh: $\Delta AMC = \Delta ABN$.

b) Chứng minh: $BN \perp CM$.

- c) Cho $MB = 3\text{cm}$, $BC = 2\text{cm}$, $CN = 4\text{cm}$. Tính MN .
 d) Chứng minh rằng DA là phân giác của góc MDN .

Câu	Nội dung	Điểm
a/ (2,0đ)	C/mình được $\angle MAC = \angle BAN$ (Cùng bằng $90^\circ + \angle BAC$).	0,75
	$MA = AB$ ($\triangle MAB$ vuông cân tại A) $AC = AN$ (tam giác NAC vuông cân tại A)	0,75
	$\Rightarrow \triangle AMC = \triangle ABN$ (c-g-c)	0,5
b/ (2,0đ)	Gọi giao điểm của BN với AC là F . Chỉ ra được $\angle AFN = \angle DFC$ (vì $\triangle AMC = \triangle ABN$)	0,5
	$\angle ANF = \angle FCD$ (vì $\triangle AMC = \triangle ABN$)	0,5
	Từ đó suy ra $\angle FDC = \angle FAN = 90^\circ$ Do đó: $BN \perp CM$.	1,0
c/ (1,5đ)	Áp dụng định lý Pi-ta-go vào các tam giác vuông MDN , BDC , MDB , NDC để C/m được hệ thức $MN^2 = MB^2 + NC^2 - BC^2$.	1,0
	Tính được $MN = \sqrt{21}$ cm	0,5
d/ (1,5đ)	Trên tia BN lấy điểm E , sao cho $BE = MD$ $CM \triangle AMD = \triangle ABE$ (c-g-c)	0,5
	Suy ra $AD = AE \Rightarrow \triangle ADE$ cân tại A (1) $\triangle AMD = \triangle ABE \Rightarrow \angle MAD = \angle BAE \Rightarrow \angle DAE = \angle MAB = 90^\circ \Rightarrow \triangle ADE$ vuông tại A (2)	0,75
	Từ (1) và (2) $\angle ADE = 45^\circ \Rightarrow \angle ADE = \frac{1}{2} \angle MDN$ $\Rightarrow DA$ là phân giác của $\angle MDN$	0,25

Bài 5 (2,0 điểm)

Tìm các số tự nhiên a, b sao cho: $(2016a + 13b - 1)(2016^a + 2016a + b) = 2015$

Câu	Nội dung	Điểm
		1,75
		0,25
	<p>*) Mọi cách giải khác đúng vẫn cho điểm tối đa theo thang điểm.</p> <p>*) Giám khảo bám sát biểu điểm thảo luận đáp án và thống nhất.</p> <p>*) Chấm và cho điểm từng phần, điểm của toàn bài là tổng các điểm thành phần không làm tròn.</p>	

\