

♦ **ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG**

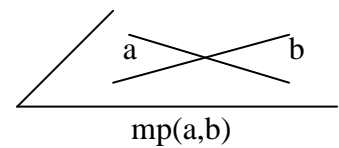
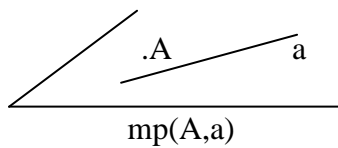
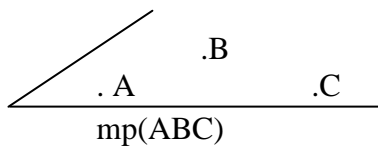
**1. Các tính chất thừa nhận của hình học không gian**

- Tính chất 1:** Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
- Tính chất 2:** Có một và chỉ một mp đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.
- Tính chất 3:** Tồn tại bốn điểm không cùng nằm trên một mặt phẳng.
- Tính chất 4:** Nếu hai mp phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất chứa tất cả các điểm chung của hai mp đó.
- Tính chất 5:** Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt thuộc một mp thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mp đó.
- Tính chất 6:** Trong mỗi mp, các kết quả đã biết của hình học phẳng đều đúng.

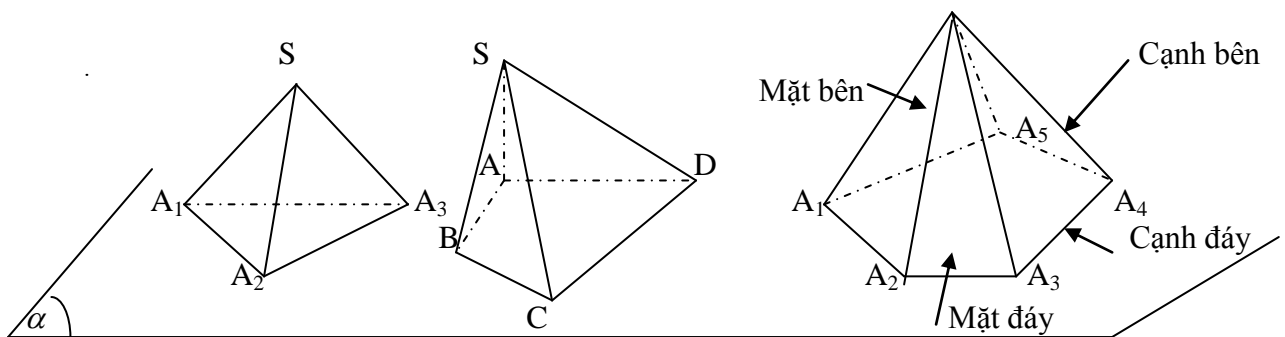
**2. Cách xác định mặt phẳng**

Một mặt phẳng được xác định nếu biết một trong ba điều kiện sau:

- + Mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng A, B, C. Kí hiệu là mp(ABC).
- + Mặt phẳng đi qua một đường thẳng a và một điểm A không thuộc đường thẳng a. K/h: mp(A,a)
- + Mặt phẳng đi qua hai đường thẳng cắt nhau a và b. Kí hiệu: mp(a,b).



**3. Hình chóp và hình tứ diện**



**Phương pháp giải toán**

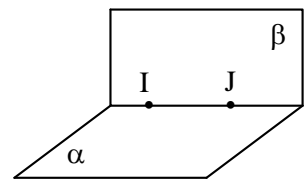
**Vấn đề 1: Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β),  
 Tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α)  
 Tìm thiết diện do mặt phẳng cắt hình chóp**

♦ **Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β),**

- $I \in d$  và  $d \subset (\alpha) \Rightarrow I \in (\alpha)$  ,  $I \in d'$  và  $d' \subset (\beta) \Rightarrow I \in (\beta)$   
 Suy ra: I là điểm chung thứ nhất của hai mp(α) và (β)

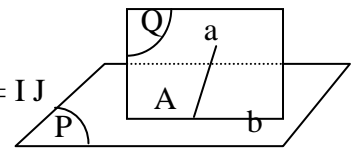
$$\bullet \begin{cases} a \cap b = J \in (P) \\ a \subset (\alpha); b \subset (\beta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} J \in (\alpha) \\ J \in (\beta) \end{cases}$$

Suy ra : J là điểm chung thứ hai của mp(α) và (β) . Vậy:  $(\alpha) \cap (\beta) = IJ$



♦ **Tìm giao điểm của đường thẳng a và mặt phẳng (P)**

- Xác định mp(Q) chứa a.      • Tìm giao tuyến  $b = (P) \cap (Q)$ .
- Trong (Q) kẻ đường thẳng a cắt b tại A      • Mà  $b \subset (P)$ , Suy ra  $A = a \cap (P)$



♦ **Tìm thiết diện do mặt phẳng cắt các mặt bên hình chóp**

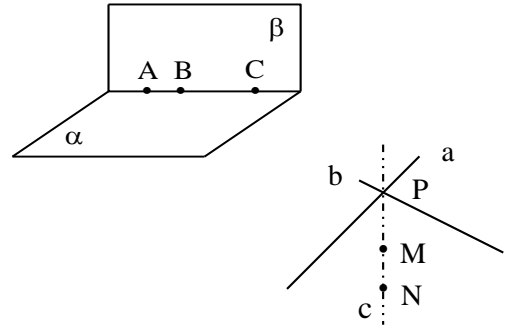
Tìm các đoạn giao tuyến nối tiếp nhau của mặt cắt với hình chóp cho đến khi khép kín thành một đa giác phẳng. Đa giác đó chính là thiết diện cần tìm. Mỗi đoạn giao tuyến là cạnh của thiết diện.



M sao cho KM không song song với BD. Tìm thiết diện của tứ diện với mp(HKM).

**Vấn đề 2: Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng và ba đường thẳng a, b, c đồng quy**

- **Chứng minh A; B; C thẳng hàng :**
  - Chỉ ra  $A; B; C \in \alpha$  và Chỉ ra  $A; B; C \in \beta$
  - Kết luận : A; B; C thuộc giao tuyến hai mp  $\alpha, \beta$
  - Suy ra ba điểm A; B; C thẳng hàng
- **Chứng minh a ; b ; c đồng quy :**
  - Đặt  $a \cap b = P$
  - Trên đường thẳng c lấy hai điểm M, N
  - Chứng minh M ; N ; P thẳng hàng
  - Kết luận : c ; a ; b đồng quy tại P



**Bài 1:** Cho tứ diện SABC. Gọi I, J và K lần lượt là các điểm nằm trên các cạnh SB, SC và AB, sao cho IJ không song song với SA.

- a, Tìm giao điểm D của (IJK) và BC.
- b, Gọi E là giao điểm của DK và AC. Chứng minh ba đường thẳng SA, KI, EJ đồng quy.

**Bài 2:** Cho hình chóp S.ABCD, AC và BD cắt nhau tại O. Một mp cắt các cạnh SA, SB, SC, SD lần lượt tại  $A', B', C', D'$ . Giả sử AD cắt BC tại E;  $A'D'$  cắt  $B'C'$  tại  $E'$ . Chứng minh:

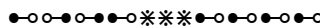
- a, S, E,  $E'$  thẳng hàng.
- b,  $A'C', B'D', SO$  đồng quy.

**Bài 3:** Cho hình bình hành ABCD. S là điểm không thuộc (ABCD), M và N lần lượt là trung điểm của đoạn AB và SC.

- a, Xác định giao điểm  $I = AN \cap (SBD)$
- b, Xác định giao điểm  $J = MN \cap (SBD)$
- c, Chứng minh I, J, B thẳng hàng

**Bài tập tương tự**

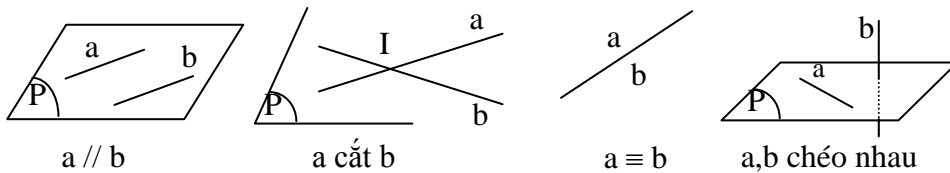
- 1) Cho hình chóp S.ABCD, E là một điểm trên cạnh BC, F là một điểm trên cạnh SD.
  - a, Tìm giao điểm K của BF và mp(SAC).
  - b, Tìm giao điểm J của EF và mp(SAC).
  - c, Chứng minh ba điểm C, K, J thẳng hàng.
  - d, Xác định thiết diện của hình chóp được cắt bởi mp(BCF).
- 2) Cho tứ diện ABCD. Gọi E, F, G lần lượt là ba điểm trên ba cạnh AB, AC, BD, sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H ( $I \neq C, H \neq D$ ).
  - a, Tìm giao tuyến của (EFG) và (BCD); (EFG) và (ACD)
  - b, Chứng minh CD, IG, HF đồng quy.
- 3) Cho tứ giác ABCD nằm trong mặt phẳng có hai cạnh AB và CD không song song với nhau. Gọi S là điểm nằm ngoài mặt phẳng (ABCD) và M là trung điểm của đoạn SC.
  - a, Tìm giao điểm của đường thẳng SD và mp(MAB). Gọi giao điểm này là N.
  - b, Với O là giao điểm của AC và BD, chứng minh rằng ba đường thẳng SO, AM và BN đồng quy.



**♦ HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG**

**1. Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng phân biệt**

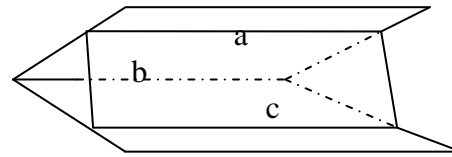
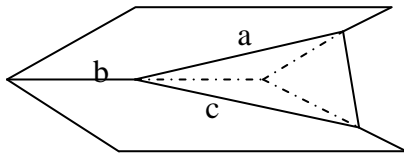
- + Hai đường thẳng gọi là đồng phẳng nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng
- + Hai đường thẳng gọi là chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng
- + Hai đường thẳng gọi là song song nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.



**2. Hai đường thẳng song song**

- + Trong không gian, qua một điểm nằm ngoài một đường thẳng, có một và chỉ một đường thẳng

- song song với đường thẳng đó.  
 + Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.  
 + Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó đồng quy hoặc đôi một song song.



- + Nếu hai mp cắt nhau lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó (hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó)

### Phương pháp giải toán

**• Chứng minh hai đường thẳng song song. Sử dụng một trong các cách sau :**

- + Chứng minh a và b phân biệt và cùng song song với đường thẳng thứ ba
- + Chứng minh a và b đồng phẳng và áp dụng các tính chất của hình học phẳng (cạnh đối của hình bình hành, định lý talet ...)
- + Dùng tính chất: Hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng ấy.
- + Dùng định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng.

**• Chứng minh hai đường thẳng chéo nhau.**

Ta thường dùng phương pháp phản chứng như sau:

Giả sử hai đường thẳng đã cho cùng nằm trong một mặt phẳng rồi rút ra điều mâu thuẫn.

**Bài 1:** Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD.

Chứng minh :  $IJ // CD$

**Bài 2:** Cho hình chóp S.ABCD với đáy ABCD là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD.

a, Chứng minh A'B'C'D' là hình bình hành

b, Gọi M là điểm bất kì trên BC. Tìm thiết diện của (A'B'M) với hình chóp S.ABCD

**Bài 3:** Cho hình chóp S.ABCD với đáy ABCD là hình thang với cạnh đáy AB và CD ( $AB > CD$ ).

Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB

a, Chứng minh :  $MN // CD$

b, Tìm  $P = SC \cap (ADN)$

c, Kéo dài AN và DP cắt nhau tại I. Chứng minh :  $SI // AB // CD$ . Tứ giác SABI là hình gì ?

**Bài 4:** Cho  $d_1$  và  $d_2$  là hai đường thẳng chéo nhau. Trên  $d_1$ , lấy hai điểm phân biệt A và B; trên  $d_2$  lấy hai điểm phân biệt C và D. Chứng minh rằng AC và BD chéo nhau.

**Bài 5:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD tâm O và I là một điểm trên đoạn SO.

a, Chứng minh hai đường thẳng SA và CD chéo nhau.

b, Tìm giao điểm E và F của mp(ICD) lần lượt với các đường SA và SB. Chứng minh  $EF // AB$

c, Gọi K là giao điểm của DE và CF. Chứng minh  $SK // BC$ .

**• Bài tập tương tự**

1) Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC và Q là một điểm nằm trên cạnh AD và P là giao điểm của CD với mp(MNQ). Chứng minh rằng

a, PQ song song MN

b, PQ song song AC

2) Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD với đáy là AD và BC. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAD và SBC. Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SD lần lượt tại M, N. Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SC lần lượt tại P, Q.

a, Chứng minh MN song song với PQ

b, Giả sử AM cắt BP tại E; CQ cắt DN tại F. Chứng minh rằng EF song song với MN và PQ.

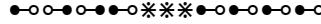
3) Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD. Gọi M là trung điểm của SC và N là trọng tâm của tam giác ABC.

a, Tìm giao điểm I của SD và mp(AMN)

b, Chứng minh  $NI // SB$

c, Chứng minh AC và SB chéo nhau.

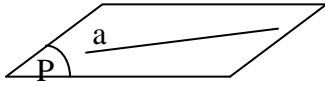
d, Tìm giao tuyến của mp(AMN) với mp(SAD).



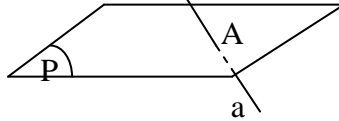
◆ **ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG SONG SONG**

**1. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng.**

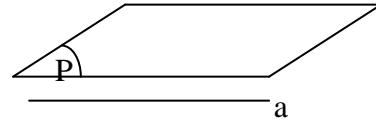
+ Cho đường thẳng a và mp(P). có ba trường hợp xảy ra như sau:



a,  $a \subset (P)$



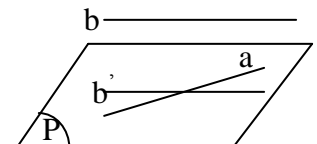
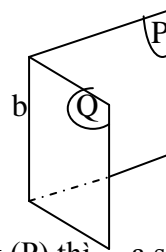
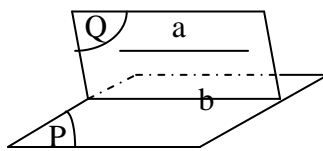
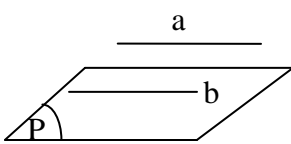
b,  $a \cap (P) = A$



c,  $a // (P)$

+ Một đường thẳng và một mặt phẳng gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.  
 $a // (P) \Leftrightarrow a \cap (P) = \emptyset$

**2. Điều kiện để một đường thẳng song song với một mặt phẳng.**



- + Nếu đường thẳng a không nằm trong mp(P) và song song với một đường thẳng nào đó nằm trong (P) thì a song song với (P).
- + Nếu đường thẳng a song song với mp(P) thì mọi mp(Q) chứa a mà cắt (P) thì cắt theo giao tuyến song song với a.
- + Nếu một đường thẳng song song với một mp thì nó song song với một đường thẳng nào đó trong mặt phẳng.
- + Nếu hai mp phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.
- + Nếu a và b là hai đường thẳng chéo nhau thì qua a có một và chỉ một mp song song với b.

**Phương pháp giải toán**

**Vấn đề 1: Chứng minh đường thẳng d song song mặt phẳng (P) :**

**Phương pháp :** Chứng minh  $\begin{cases} d \not\subset (P) \\ d // b \\ b \subset (P) \end{cases} \Rightarrow d // (P)$

► Chú ý: Khi tìm đường thẳng b // d ta xác định một mp(Q) chứa b và d và chứng minh d // b.

**Bài 1:** Cho tứ diện ABCD, G là trọng tâm tam giác ABD. M là điểm trên cạnh BC sao cho MB = 2MC. Chứng minh MG song song (ACD).

**Bài 2:** Cho hai hình bình hành ABCD và ABEF không cùng nằm trong một mp. Gọi O và O' lần lượt là tâm của hai hình bình hành ABCD và ABEF.

a, Chứng minh OO' song song với hai mp(ADF) và (BCE)

b, Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm các tam giác ABD và ABF. Chứng minh GG' song song (DCEF)

**Bài 3:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD.

a, Chứng minh MN // (SBC), MN // (SAD)

b, Gọi P là trung điểm cạnh SA. Chứng minh SB và SC đều song song với (MNP)

c, Gọi G<sub>1</sub>, G<sub>2</sub> lần lượt là trọng tâm của ΔABC và ΔSBC. Chứng minh G<sub>1</sub>G<sub>2</sub> // (SAB)

**Bài 4:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD, đáy lớn là AD và AD = 2BC. Gọi O là giao điểm của AC và BD, G là trọng tâm của tam giác SCD.

a, Chứng minh rằng OG song song (SBC).



b, Cho M là trung điểm của SD. Chứng minh rằng CM song song (SAB)

c, Giả sử điểm I nằm trong đoạn SC sao cho  $SC = \frac{3}{2}SI$ . Chứng minh rằng SA song song (BID).

**Vấn đề 2: Tìm giao tuyến của hai mp.**

**Thiết diện qua một điểm và song song với một đường thẳng**

- Tìm giao tuyến của hai mp(P) và (Q) ta thực hiện các bước sau:

**Cách 1:** + Tìm  $I \in (P)$  và  $I \in (Q) \Rightarrow I$  là điểm chung thứ nhất.

$$+ \text{ Nếu } \begin{cases} a // (P) \\ a \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow (P) \cap (Q) = d \text{ với } d \text{ qua điểm } I \text{ và } d // a$$

**Cách 2:** + Tìm  $I \in (P)$  và  $I \in (Q) \Rightarrow I$  là điểm chung thứ nhất.

$$+ \text{ Nếu } \begin{cases} a \subset (P) \\ b \subset (Q) \\ a // b \end{cases} \Rightarrow (P) \cap (Q) = d \text{ với } d \text{ qua điểm } I \text{ và } d // a // b$$

- Tìm thiết diện là tìm các đoạn giao tuyến theo phương pháp tìm giao tuyến được nêu ở trên, cho đến khi các giao tuyến khép kín ta được thiết diện.

**Bài 1:** Cho tứ diện ABCD. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD, M là một điểm trên đoạn IJ. Gọi (P) là mặt phẳng qua M, song song với AB và CD.

- Tìm giao tuyến của mặt phẳng (P) và mp(ICD).
- Xác định thiết diện của tứ diện với mp(P). Thiết diện là hình gì ?

**Bài 2:** Cho hình chóp S.ABCD. M, N là hai điểm trên AB, CD. Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua MN // SA

- Tìm các giao tuyến của  $(\alpha)$  với (SAB) và (SAC).
- Xác định thiết diện của hình chóp với  $(\alpha)$

**Bài 3:** Cho tứ diện ABCD có  $AB = a, CD = b$ . Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB và CD.

Giả sử  $AB \perp CD$ , mặt phẳng  $(\alpha)$  qua M nằm trên đoạn IJ và song song với AB và CD.

- Tìm giao tuyến của  $(\alpha)$  với (ICD) và (JAB).
- Xác định thiết diện của (ABCD) với mặt phẳng  $(\alpha)$ . Chứng minh thiết diện là hình chữ nhật.

**Bài 4:** Cho hình thang ABCD có đáy lớn AB và S là một điểm ở ngoài mặt phẳng của hình thang.

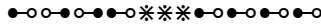
Gọi M là một điểm của CD;  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua M và song song với SA và BC.

- Hãy tìm thiết diện của mặt phẳng  $(\alpha)$  với hình chóp S.ABCD. Thiết diện là hình gì ?
- Tìm giao tuyến của  $(\alpha)$  với mặt phẳng (SAD).

**• Bài tập tương tự**

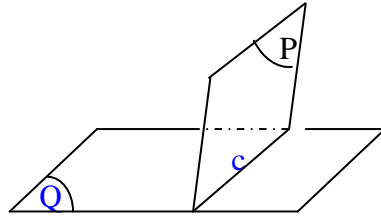
- Cho tứ diện ABCD. Gọi  $G_1$  và  $G_2$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác ACD và BCD. Chứng minh rằng  $G_1G_2$  song song với các mp(ABC) và (ABD).
- Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và I là trung điểm của AB. Lấy điểm M trong đoạn AD sao cho  $AD = 3AM$ .
  - Tìm giao tuyến của hai mp(SAD) và (SBC).
  - Đường thẳng qua M và song song với AB cắt CI tại N. Chứng minh rằng NG song song (SCD)
  - Chứng minh rằng MG song song (SCD).
- Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD,  $AD = 2BC$ . Gọi O là giao điểm của AC và BD, G là trọng tâm tam giác SCD.
  - Chứng minh OG song song mp(SBC).
  - Tìm giao tuyến của mp(ACG) với mp(SBC).
- Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành ABCD tâm O. Gọi K và J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và SBC.
  - Chứng minh KJ song song mp(SAB).
  - Hãy xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(P) chứa KJ và song song với AD.
- Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là một tứ giác lồi. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(P) đi qua O, song song với AB và SD. Thiết diện đó là hình gì ?

6) Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành. Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng đi qua trung điểm M của cạnh AB song song với BD và SA.

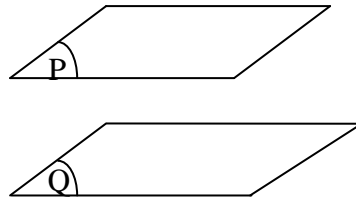


**♦ HAI MẶT PHẪNG SONG SONG**

**1. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng phân biệt**



$(P) \text{ cắt } (Q) \Leftrightarrow (P) \cap (Q) = c$



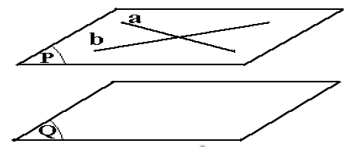
$(P) // (Q) \Leftrightarrow (P) \cap (Q) = \emptyset$

+ Hai mặt phẳng gọi là song song với nhau nếu chúng không có điểm chung.

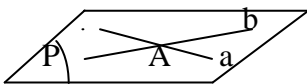
**2. Điều kiện để hai mặt phẳng song song**

**a, Định lý:**

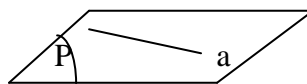
Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng a, b cắt nhau và cùng song song với mp(Q) thì (P) song song với (Q).



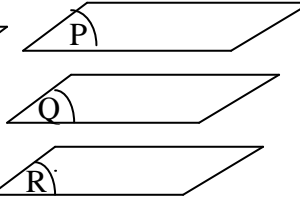
**b, Tính chất:**



h.1

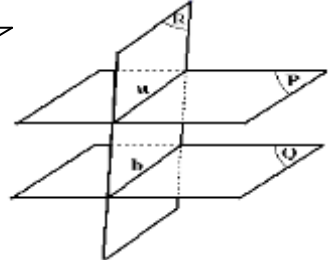


h.2



h.3

h.4



+ Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng, có một và chỉ một mp song song với mp đó (h.1)

+ Nếu đường thẳng a song song với mp(Q) thì có duy nhất một (P) chứa a và song song (Q) (h.2)

+ Hai mp phân biệt cùng song song với mp thứ ba thì song song với nhau (h.3)

+ Cho hai mp(P) và (Q) song song. Nếu mp(R) cắt (P) thì phải cắt (Q) và các giao tuyến của chúng song song với nhau (h.4)

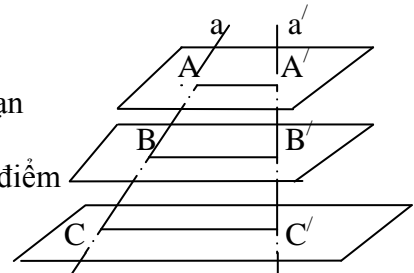
**3. Định lý ta - lét trong không gian**

+ Ba mp đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì các đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

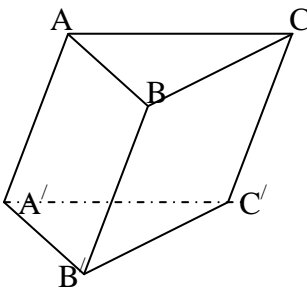
+ Giả sử trên hai đường thẳng chéo nhau a và a' lần lượt lấy các điểm

A, B, C và A', B', C' sao cho  $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$

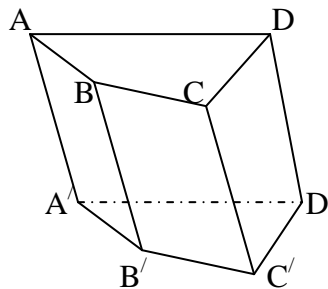
Khi đó ba đường thẳng AA', BB', CC' lần lượt nằm trên ba mp song song, tức là chúng cùng song song với một mp.



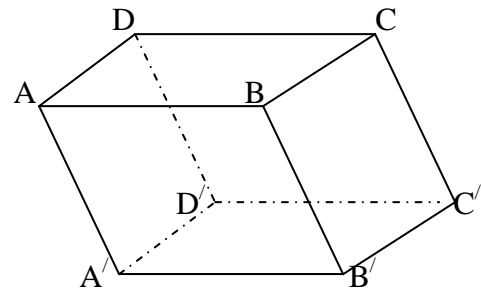
**4. Hình lăng trụ và hình hộp**



Lăng trụ tam giác



Lăng trụ tứ giác



Hình hộp

**Phương pháp giải toán**

**Vấn đề 1: Chứng minh hai mp song song**

**Ta chứng minh:**  $\left. \begin{matrix} a \cap b \subset (P) \\ a // (Q) \\ b // (Q) \end{matrix} \right\} \Rightarrow (P) // (Q),$       **Áp dụng**  $\left. \begin{matrix} a \subset (Q) \\ (P) // (Q) \end{matrix} \right\} \Rightarrow a // (P)$

**Bài 1:** Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang ABCD, AD // BC, AD = 2BC. Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, AD, SD.

- a, Chứng minh (EFB) // (SCD). Từ đó chứng minh CI // (EFB)
- b, Tìm giao tuyến của (SBC) và (SAD). Tìm giao điểm K của FI với giao tuyến này. Chứng minh (SBF) // (KCD).

**Bài 2:** Cho hình chóp S.ABCD đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N lần lượt trung điểm của SA, SD

- a, Chứng minh rằng : (OMN) // (SBC)
- b, Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, ON, SB. Chứng minh: PQ // (SBC), (MOR) // (SCD)

**Bài 3:** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có các cạnh AA', BB', CC', DD' song song với nhau.

- a, Chứng minh hai mp(BDA') và (B'D'C) song song với nhau.
- b, Chứng minh đường chéo AC' đi qua trọng tâm G và G' lần lượt của hai tam giác BDA' và B'D'C.
- c, Chứng minh G và G' chia đoạn AC' thành ba phần bằng nhau.

**Bài 4:** Cho các hình bình hành ABCD, ABEF nằm trên hai mặt phẳng khác nhau. Trên các đường chéo AC, BF theo thứ tự lấy các điểm M, N sao cho MC = 2AM, NF = 2BN. Qua M, N lần lượt kẻ các đường thẳng song song với cạnh AB, cắt các cạnh AD, AF theo thứ tự tại M<sub>1</sub>, N<sub>1</sub>.

- CM:      a. MN // DE                              b. M<sub>1</sub>N<sub>1</sub> // (DEF)                              c. (MNM<sub>1</sub>N<sub>1</sub>) // (DEF)

**Vấn đề 2: Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng và tìm thiết diện qua một điểm và song song với một mặt phẳng**

**Áp dụng tính chất**  $\left. \begin{matrix} (P) // (Q) \\ (\alpha) \cap (P) = a \\ (\alpha) \cap (Q) = b \end{matrix} \right\} \Rightarrow a // b$

**Bài 1:** Cho hình chóp S.ABCD. Gọi M là trung điểm của AD. Gọi (P) và (Q) là mặt phẳng qua điểm M và lần lượt song song với mp(SBD) và (SAC).

- a, Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(P).
- b, Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mp(Q).
- c, Gọi H, K lần lượt là giao điểm của (P) và (Q) với AC và BD. CM tứ giác OHMK là hình bình hành.

**Bài 2:** Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh a. Trên AB lấy một điểm M với AM = x.

Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (SAD) cắt SB, SC, và CD lần lượt tại N, P, Q. Tìm thiết diện của (α) với mặt phẳng hình chóp. Thiết diện là hình gì ?

**Bài 3:** Cho lăng trụ ABC.A'B'C'. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CC'

- a, Xác định thiết diện của lăng trụ với mp(A'MN).
- b, Gọi P là điểm đối xứng của C qua A. Hãy xác định thiết diện của lăng trụ với mp(MNP).

**Bài 4:** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. Trên 3 cạnh AB, DD', C'B' lấy 3 điểm M, N, P không trùng với

các đỉnh sao cho :  $\frac{AM}{AB} = \frac{D'N}{D'D} = \frac{B'P}{B'C'}$

- a, CMR: (MNP) // (AB'D')
- b, Xác định thiết diện của hình hộp khi cắt bởi mp(MNP).

**• Bài tập tương tự**

- 1) Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'. gọi O và O' lần lượt là tâm của hai đáy ABCD và A'B'C'D'. CMR
  - a, (BDA') // (B'D'C)
  - b, (O'AB) // (OC'D')
- 2) Cho hai hình bình hành ABCD và ABEF có chung cạnh AB và không đồng phẳng. I, J, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, CD, EF. Chứng minh :
  - a. (ADF) // (BCE)
  - b. (DIK) // (JBE)
- 3) Cho lăng trụ tam giác ABC.A'B'C'. Gọi H là trung điểm của cạnh A'B'.
  - a, CMR: đường thẳng CB' song song với mp(AHC')
  - b, Tìm giao tuyến d của 2 mp(AB'C') và (A'BC). CMR: d // (BB'C'C)



- c, Xác định thiết diện của lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  khi cắt bởi  $mp(H, d)$
- 4) Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  và  $O'$  là tâm hình bình hành  $A'B'C'D'$ ,  $K$  là trung điểm của  $CD$ ,  $E$  là trung điểm của  $BO'$ . CMR:  $E$  nằm trong  $mp(ACB')$ . Xác định thiết diện của hình hộp cắt bởi  $mp(P)$  qua  $K$  và song song với  $mp(EAC)$ .

