TÓM TẮT KIẾN THỨC TOÁN LỚP 10

LƯỢNG GIÁC

1. Độ và radian:

$(180)^0 = \pi\,(\text{rad})$; $\quad 1^0 = \dfrac{\pi}{180}$ (rad); $\quad 1(\text{rad}) = \left(\dfrac{180}{\pi}\right)^0$

2. Các hệ thức cơ bản:

* $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}(\cos\alpha \neq 0)$; $\quad$ * $\cot\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}(\sin\alpha \neq 0)$

* $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \forall\alpha$;

* $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha} \quad \left(\alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi\ ,\ \ k \in \mathbf{Z}\right)$

* $1 + \cot^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha} \quad (\alpha \neq k\ \pi,\ \ k \in \mathbf{Z})$

* $\tan\alpha.\cot\alpha = 1 \quad \left(\alpha \neq \dfrac{k\pi}{2}\ ,\ \ k \in \mathbf{Z}\right)$.

3. Các hệ quả cần nhớ:

$\sin(\alpha + k2\pi) = \sin\alpha;$ $\cos(\alpha + k2\pi) = \cos\alpha$

$\tan(\alpha + k\pi) = \tan\alpha;$ $\cot(\alpha + k\pi) = \cot\alpha$

$\tan\alpha$ xác định khi $\alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$

$\cot\alpha$ xác định khi $\alpha \neq k\pi, k \in Z$

$-1 \leq \sin\alpha \leq 1$

$-1 \leq \cos\alpha \leq 1$

Dấu các giá trị lượng giác:

Góc phần tư / GTLG	I	II	III	IV
sinα	+	+	–	-
cosα	+	-	–	+

tanα	+	–	+	–
cotα	+	–	+	–

4. Các cung liên kết:

a. Cung đối: α và $-\alpha$

$$\cos(-\alpha) = \cos\alpha; \qquad \sin(-\alpha) = -\sin\alpha$$
$$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha; \qquad \cot(-\alpha) = -\cot\alpha$$

b. Cung bù: α và $\pi - \alpha$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin\alpha; \qquad \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$$
$$\tan(\pi - \alpha) = -\tan\alpha; \qquad \cot(\pi - \alpha) = -\cot\alpha$$

c. Cung phụ: α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha; \qquad \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha$$
$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot\alpha; \qquad \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\alpha$$

d. **Cung sai kém nhau** π: α và $\pi + \alpha$

$\tan(\pi+\alpha)=\tan\alpha;$	$\cot(\pi+\alpha)=\cot\alpha$
$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha;$	$\cos(\pi+\alpha)=-\cos\alpha$

e. Cung hơn kém nhau $\frac{\pi}{2}$: α và $\frac{\pi}{2}+\alpha$

$\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha;$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\sin\alpha$
$\tan\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\cot\alpha;$	$\cot\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=-\tan\alpha$

5. Các công thức biến đổi:

a. Công thức cộng:

- $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$
- $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$
- $\tan(a \pm b) = \dfrac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \tan b}$
- $\cot(a \pm b) = \dfrac{1 \mp \tan a \tan b}{\tan a \pm \tan b}$

Lưu ý:

a. Khi tính GTLG của các góc không đặc biệt ta phân tích góc đó thành tổng, hiệu của hai góc đặc biệt rồi dùng công thức cộng.

b. Khi chứng minh đẳng thức lượng giác trong tam giác ta thường dùng tính chất:

$A+B=\pi-C$, $\frac{A}{2}+\frac{B}{2}=\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}$ *sau đó dùng công thức cộng và cung liên kết để c/m.*

b. Công thức nhân đôi:

- sin2a = 2 sina cosa
- $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$
- $\tan 2a = \frac{2\tan a}{1-\tan^2 a}$; $\cot 2a = \frac{\cot^2 a - 1}{2\cot a}$

*** Công thức tính theo** $t=\tan\frac{x}{2}$

$$\tan x=\frac{2t}{1-t^2};\sin x=\frac{2t}{1+t^2};\cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$$

c. Công thức hạ bậc:

$$\cos^2 a = \frac{1+\cos 2a}{2};\quad \sin^2 a = \frac{1-\cos 2a}{2};\quad \tan^2 a = \frac{1-\cos 2a}{1+\cos 2a}$$

Lưu ý:

*** Dạng đặc biệt:**

A = cosa.cos2a.cos4a…cos2na (1)

B = sina.cos2a.cos4a…cos2na (2)

Cách tính:

- *Nhân hai vế của (1) với sina và hai vế của (2) cho cosa.*

- *Dùng công thức* $\sin a.\cos a = \frac{1}{2}\sin 2a$ *nhiều lần.*

- *Cuối cùng có thể dùng liên kết để rút gọn.*

***** Khi chứng minh hay rút gọn một đẳng thức, biểu thức lượng giác ta thường chọn một góc chuẩn, đổi các góc khác về góc chuẩn bằng công thức nhân đôi. Sau đó dùng hệ thức cơ bản để làm bài.

***** Khi tính GTLG của một góc không đặc biệt, ta nhân đôi góc đó để được góc đặc biệt sau đó dùng công thức nhân để tính.

d. Công thức biến đổi tích về tổng:

$$\sin a.\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\sin a.\sin b = -\frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$$

e. Công thức biến đổi tổng về tích: